

Evaluación de métodos de benchmarking de series de tiempo económicas

E. Pienika - Ana C. de los Heros - F. Barbeito - M. Mateauda

Junio 2015

Abstract

El benchmarking de series económicas es un procedimiento utilizado por oficinas de estadística y analistas económicos con el objetivo de obtener mediciones coherentes de variables macroeconómicas en distintas frecuencias. La necesidad de aplicar estas técnicas surge cuando para la misma variable se obtienen mediciones con diferentes frecuencias, teniendo estas diversos grados de precisión. Se han desarrollado un conjunto amplio de procedimientos estadísticos y matemáticos para resolver este problema. Los procedimientos más utilizados son los propuestos por Denton (1971), Chow & Lin (1971) y el método desarrollado por Causey & Trager (1981). En este trabajo se muestra, a través de un ejercicio de estimación con series simuladas, cómo las estimaciones obtenidas con estos métodos resultan sensibles al grado de volatilidad y sesgo de la serie indicadora de alta frecuencia. En particular se observa que para muestras finitas los aumentos en la volatilidad y el sesgo del indicador generan errores de estimación mayores, con distinta magnitud en función del método empleado. También se estudian los cambios en la estacionalidad provocados por la armonización con los procedimientos propuestos, observándose efectos significativos cuando la volatilidad y el sesgo del indicador se incrementan.

Introducción

El benchmarking de series mensuales y trimestrales a los datos anuales es una práctica común en muchas oficinas de estadística. El problema surge cuando para una misma variable se disponen de mediciones en diferentes frecuencias con distintos niveles de precisión. Por lo general, las mediciones de baja frecuencia (anuales) utilizan más y mejores fuentes de datos que las mediciones de alta frecuencia (sub anuales), garantizando una coherencia mayor entre las variables macroeconómicas y posibilitando una mejor descripción de los niveles y las tendencias a largo plazo. Mientras que las series de alta frecuencia proporcionan la única información sobre los movimientos de corto plazo de la variable. Por lo tanto es necesario remover las discrepancias entre las series de baja frecuencia y la correspondiente agregación de valores de la serie de alta frecuencia, intentando preservar lo mejor posible el comportamiento de la serie sub anual. Las técnicas de benchmarking ayudan a mejorar la calidad de las series de alta frecuencia haciéndolas consistentes con las de baja frecuencia e intentando preservar la evolución de corto plazo. El rol del benchmarking es combinar de la mejor manera la información disponible en ambas frecuencias. En el caso de las Cuentas Nacionales Trimestrales los objetivos principales del benchmarking son:

- Estimar series trimestrales coherentes con la agregación de las series anuales.
- Preservar los movimientos en el indicador de alta frecuencia bajo la restricción de que la agregación sea consistente con la serie medida en baja frecuencia.
- Asegurar para los valores futuros de la serie que la agregación se aproxime al total anual.

El método de benchmarking ideal debería cumplir simultáneamente los tres objetivos, que pueden ser contradictorios en algunos casos. Cuando esto ocurre la estimación resultante del benchmarking se alejará de la serie indicadora, de forma de garantizar la coherencia con los datos de baja frecuencia. El ajuste a pro rata es un método simple de ajustar las discrepancias entre las series, pero resulta poco recomendable ya que distribuye el ajuste proporcionalmente entre los trimestres generando distorsiones en la estacionalidad de la serie. Este procedimiento genera una discontinuidad en la serie entre la última observación de cada año y la primera del año siguiente. Este problema conocido como “escalón”, distorsiona la evolución de la serie de alta frecuencia entre la última observación del año y la primera del siguiente, provocando que se pierda información relevante sobre la evolución de la variable o de posibles puntos de quiebre. Para evitar el problema del escalón es posible utilizar diversas técnicas de benchmarking que preservan los movimientos del indicador. La opción más utilizada es el método Denton Proporcional, desarrollado en 1971. Este método busca mantener constante la relación entre la estimación y el indicador,

bajo la restricción impuesta por la serie de baja frecuencia. Una alternativa es la estimación de un modelo de regresión por mínimos cuadrados generalizados, utilizando como regresor al indicador de alta frecuencia, tal como proponen Chow y Lin en 1971 y Cholette y Dagum en 1981. Por último Causey y Trager en 1981 desarrollan un procedimiento de armonización que preserva la tasa de crecimiento minimizando la suma cuadrática de la diferencia entre la tasa de crecimiento estimada y la original de la serie de alta frecuencia. Estos distintos procedimientos otorgan estimaciones diferentes de series de alta frecuencia coherentes con la medición de baja frecuencia a partir del mismo indicador. Estas diferencias dependen en gran medida de las características del indicador de alta frecuencia, haciéndose más pronunciadas para niveles crecientes de volatilidad y sesgo. En este trabajo se analizan las condiciones que originan estas diferencias y se estudia la conveniencia de utilizar los mencionados procedimientos bajo distintas circunstancias. En la segunda sección se describen las metodologías anteriormente mencionadas. En la tercer sección se presenta un análisis comparativo de las estimaciones con las diferentes metodologías, utilizando series anuales y trimestrales simuladas. Por último en la sección cuarta se detallan las principales conclusiones del trabajo.

Principales técnicas de benchmarking

Método Denton Proporcional

En Denton (1971) se propone un método de benchmarking que asegura la consistencia en la agregación temporal y no genera discontinuidades en la evolución de la serie. Este método es comúnmente utilizado debido a la facilidad y flexibilidad de su implementación, así como a su robustez ante diferentes problemas de armonización. El problema se plantea como una minimización cuadrática de una función de penalidad, de forma de minimizar los ajustes en el movimiento de la serie original. Denton propuso dos funciones de penalidad, una aditiva y otra proporcional. El problema que resuelve el método Denton Proporcional se plantea como:

$$\min_{X_t} \sum_{t=2}^{4y} [((X_t)/(I_t)) - ((X_{t-1})/(I_{t-1}))]^2 \quad (1)$$

$$s.a. \sum_{t=4n-3}^{4n} X_t = A_n, n=1, \dots, y \quad (2)$$

donde

$$X_t \text{ es la serie trimestral a ser estimada} \quad (3)$$

$$I_t \text{ es la serie trimestral disponible (indicador)} \quad (4)$$

$$A_n \text{ es la serie anual de la variable} \quad (5)$$

$$t = 1, \dots, 4y \text{ es el índice de la serie trimestral} \quad (6)$$

$$n = 1, \dots, y \text{ es el índice de la serie anual} \quad (7)$$

Este método no preserva explícitamente las tasas de variación trimestral de la serie indicadora, utilizadas comúnmente por los analistas de coyuntura económica. Existe una alternativa desarrollada por Causey y Trager que explícitamente mantiene lo máximo posible las tasas trimestrales del indicador. El método Denton Proporcional es sin embargo una aproximación muy buena de este método cuando el ratio referencia indicador¹ no presenta cambios de nivel inesperados de un año a otro y cuando la serie de alta frecuencia indicadora no es muy volátil.

Método Cholette-Dagum

Cholette y Dagum (1994) proponen un procedimiento de benchmarking basado en una regresión por mínimos cuadrados generalizados. Este procedimiento toma en consideración la presencia de sesgo en el indicador y de autocorrelación y heterocedasticidad en los errores de los datos originales. El método Denton mencionado anteriormente, puede verse como un caso particular (aproximado) de este método más general. Esta técnica se basa en las siguientes dos ecuaciones:

$$I_t = a_t + X_t + e_t \quad t = 1, \dots, q \quad (8)$$

$$A_n = \sum_{4n-3}^{4n} X_t + w_n \quad n = 1, \dots, y \quad (9)$$

donde

$$I_t \text{ es la serie trimestral disponible (indicador)} \quad (10)$$

¹El ratio referencia indicador es el cociente entre la estimación obtenida y el indicador utilizado.

$$X_t \text{ es la serie trimestral a estimar} \quad (11)$$

$$a_t \text{ es un efecto determinístico combinado} \quad (12)$$

$$e_t \text{ es un error trimestral autocorrelacionado y heterocedástico} \quad (13)$$

$$w_n \text{ es el error anual heterocedástico de } A_n \text{ incorrelacionado con } e_t \quad (14)$$

$$t = 1, \dots, 4y \text{ es el índice de la serie trimestral} \quad (15)$$

$$n = 1, \dots, y \text{ es el índice de la serie anual} \quad (16)$$

Se asume que:

$$E(e_t) = 0 \quad (17)$$

$$E(e_t e_{t-h}) \neq 0 \quad (18)$$

$$E(w_n) = 0 \quad (19)$$

$$E(w_n^2) = \delta_n^2 \quad (20)$$

$$E(e_t w_n) = 0 \quad (21)$$

Método de Chow y Lin

Chow y Lin (1971) proponen un método para interpolar, armonizar y extrapolar series de tiempo basado en un modelo de regresión, utilizando como variable explicativa el indicador observado de alta frecuencia. Este procedimiento asume un modelo de regresión entre la variable a estimar no observada en la alta frecuencia (la serie armonizada) y una serie de indicadores relacionados de alta frecuencia observados.

$$X_t = \sum_{j=1}^p \beta_j I_{j,t} + u_t \quad (22)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t \quad (23)$$

donde

$$I_t \text{ es la serie trimestral disponible (indicador)} \quad (24)$$

$$X_t \text{ es la serie trimestral a estimar} \quad (25)$$

$$\beta_j \text{ es el coeficiente de regresión del indicador}_j \quad (26)$$

$$u_t \text{ es un error aleatorio AR(1) con } v_t \text{ iid} \quad (27)$$

Como X_t no se observa, la ecuación (22) no puede estimarse. El método asume que la misma relación entre la variable y los indicadores en frecuencia trimestral se mantiene en frecuencia anual y propone una agregación del modelo a estimar.

$$A_n = \sum_{j=1}^p \beta_j I_{j,t} + u_n^a \quad n = 1, \dots, y \quad (28)$$

donde

$$A_n = \sum_{4n-3}^{4n} X_t \quad (29)$$

$$I_t \text{ es la serie trimestral disponible (indicador)} \quad (30)$$

$$\beta_j \text{ es el coeficiente de regresión del indicador}_j \text{ anualizado} \quad (31)$$

$$u_n^a \text{ es un error anual ARMA(1,1) derivado del AR(1) trimestral} \quad (32)$$

Chow y Lin derivan el estimador BLUE de los β y de ρ . Dagum y Cholette (2006) muestran que el modelo de Chow y Lin es un caso particular de su modelo de regresión aditivo con una serie relacionada. En Chow y Lin es necesario asumir un comportamiento AR (1) para los residuos de la regresión, estimando el coeficiente autorregresivo con los datos en lugar de calibrarlo por el usuario.

Método Causey y Trager

El método desarrollado por Causey y Trager (1981) plantea armonizar la serie de alta frecuencia minimizando los ajustes a la tasa de variación de la serie indicadora.

$$\min_{X_q} \sum_{t=2}^{4y} [((X_t)/(X_{t-1})) - ((I_t)/(I_{t-1}))]^2 \quad (33)$$

$$s.a. \sum_{4n-3}^{4n} X_t = A_n, \quad n = 1, \dots, y \quad (34)$$

Como se observa, la función objetivo es cuadrática y no lineal, por lo que no es posible obtener una solución algebraica para la serie a estimar de las condiciones de primer orden del problema. La estimación de la serie de alta frecuencia armonizada debe realizarse a través de procedimientos de optimización no lineales. La eficiencia y robustez de los procedimientos utilizados en la estimación, depende de las particularidades de cada problema de armonización. Problemas de convergencia, de estimaciones inexactas o muy dependientes de los valores iniciales, suelen aparecer con estos procedimientos. Por esto, aquellos métodos que puedan aproximar la solución de este problema mediante estimaciones lineales son los más frecuentemente utilizados.

Evaluando las propiedades de los métodos de benchmarking

Antecedentes

Esta problemática motivó el desarrollo de un amplio conjunto de estudios que analizan las propiedades de los métodos de benchmarking. Entre ellos se destaca un trabajo de Di Fonzo et. al. (2010) que utiliza series simuladas y reales para evaluar el comportamiento de los métodos Denton Proporcional y Causey y Trager. Los autores evalúan ambos métodos en función de su capacidad para estimar las tasas de variación de la serie, a partir de series simuladas y reales. Para series simuladas el método de Causey y Trager es el más eficiente para preservar las tasas de crecimiento. En tanto que para las series reales el método Causey y Trager resulta más eficiente cuando se observa una discrepancia grande entre la agregación de los valores trimestrales y el valor anual para alguno de los años de la muestra. Concluyen que para la armonización de series de alta frecuencia cuya suma no tiene una gran diferencia con las series de baja frecuencia, el método Denton se aproxima a los resultados de Causey y Trager, mientras que en caso contrario es más eficiente este último. En otro trabajo Daalmans, et.

al. (2014) evalúan los mismos métodos que en Di Fonzo, al tiempo que plantean y evalúan métodos alternativos, realizando aproximaciones lineales de Taylor al problema de Causey y Trager. Estas aproximaciones resultan relevantes dadas las dificultades computacionales y de robustez que presenta la resolución del problema no lineal de Causey y Trager. Los autores trabajan con las variables de los cuadros de oferta y utilización de Holanda. Los resultados muestran que el método Causey y Trager y sus aproximaciones lineales preservan las tasas de crecimiento de las series de alta frecuencia con mayor eficiencia que el método Denton. En Harvill (2005) se presenta una comparación de estos métodos de armonización con series reales desestacionalizadas, concluyendo que tanto el método Causey y Trager como los basados en regresiones son más eficientes. En Reber y Pack (2014) se analiza como la volatilidad de la serie objetivo, puede determinar la mejor o peor performance del método utilizado para construir estimaciones trimestrales. A partir de valores anuales conocidos de un conjunto de series de primas de riesgo, obtuvieron estimaciones trimestrales para cada una de ellas en base a un mismo indicador, su nivel agregado trimestral. Estas estimaciones fueron contrastadas con los datos trimestrales observados, evaluando la calidad de la estimación de acuerdo a la capacidad de replicar los niveles, las tasas de crecimiento y los puntos de inflexión. Los métodos utilizados para las estimaciones fueron Causey y Trager, un método univariado de suavizado y dos versiones del Denton Proporcional, una con series de indicadores relacionados y una propuesta con indicadores constantes. A partir de una síntesis de indicadores concluyen que, tanto para las series más volátiles como para el promedio de las mismas, el método que mejor replica el comportamiento de la serie observada es el Denton modificado con indicadores constantes. En cambio el método Denton con serie de indicadores relacionada y el Causey y Trager tienen una performance similar, tanto para las series más volátiles como para el global, con estimaciones en niveles más acertados que el Denton con indicadores constantes.

Análisis con series simuladas

En la práctica es difícil evaluar las propiedades tanto de los estimadores utilizados como de las estimaciones obtenidas. Esto se deriva de que por no conocer el proceso generador de los datos, no es posible comparar las estimaciones obtenidas con las series reales. Una alternativa para evaluar las propiedades de los estimadores en muestras finitas, es trabajar con series simuladas, como forma de conocer el proceso generador de los datos. Esta alternativa permite evaluar las estimaciones obtenidas en cuanto al error que presentan respecto a las series reales y trabajar con series que comparten características comunes a un grupo grande de variables económicas. Sin embargo, no sustituye el análisis complementario que debe hacerse en la práctica con las series observadas, en donde la casuística es mucho más complicada. En primera instancia se presenta el estudio de los métodos de benchmarking aplicados a una serie simulada sin estacionalidad ni tendencia. Luego se analiza el efecto que estos métodos de

benchmarking generan sobre series con componente estacional, característica presente en un conjunto amplio de series económicas.

Análisis con series simuladas sin estacionalidad

Serie simulada

En este apartado se detalla el procedimiento seguido para crear las series con las que se evalúan las propiedades de los estimadores. Se trata de series trimestrales y anuales de las variables indicadora y objetivo. La serie trimestral de la variable (a estimar con las distintas metodologías) sigue el siguiente proceso:

$$Y_t = \theta_t^* + \mu_t \quad (35)$$

$$\theta_t^* = \theta_t + 100 \quad (36)$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1) \quad (37)$$

$$\mu_t \begin{cases} 0 & \text{si } t = 1, \dots, 8 \\ \mu & \text{si } t = 9, \dots, 16 \\ -\mu & \text{si } t = 17, \dots, 24 \end{cases} \quad (38)$$

Por otro lado la serie trimestral indicador de la variable (disponible para esa frecuencia) sigue el siguiente proceso:

$$p_t = \theta_t^* + e_t \quad (39)$$

donde

$$e_t \sim N(0, \sigma_e^2) \quad (40)$$

De esta forma la serie indicadora disponible en frecuencia trimestral es igual a la serie objetivo más un ruido de media cero y varianza σ_e^2 , presentando un sesgo a partir del período 9 respecto a la serie real a estimar. Las respectivas series anuales, indicadora y real, surgen de agregar las series trimestrales. El subíndice n indica el número de períodos anuales y el subíndice t el número de trimestres de cada año.

$$Y_n = \sum_{4n-3}^{4n} Y_t \quad (41)$$

$$p_n = \sum_{4n-3}^{4n} p_t \quad (42)$$

Para este ejercicio se simularon series de 24 trimestres correspondientes a 6 años. A partir de la calibración de los parámetros μ y σ_e^2 es posible evaluar los efectos de un aumento en el sesgo y la volatilidad del indicador respecto a la serie a estimar, en el caso de una serie sin componente estacional.

Resultados obtenidos

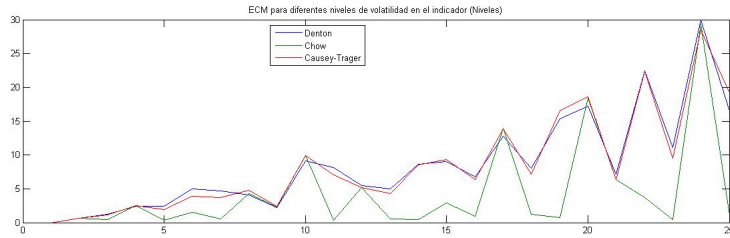
Calibrando los parámetros que determinan la volatilidad y el sesgo del indicador utilizado (μ y σ_e^2), se realizan estimaciones con los métodos propuestos por Denton (DP), Chow y Lin (CH) y Causey y Trager (CT) para distintos valores de los mismos. La estimación del método CT se realizó mediante una aproximación numérica con el algoritmo “interior-point” disponible en Matlab y se tomaron como valores iniciales los valores de la serie indicador. Para evaluar la bondad de las estimaciones obtenidas, se calculan el error cuadrático medio, el desvío estándar y la correlación con la serie objetivo, de cada una de las estimaciones realizadas para las distintas calibraciones de los parámetros.

$$ECM = \frac{\sum_{i=1}^M (Y_i^* - Y_i^{REAL})^2}{M} \quad (43)$$

$$std = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (Y_i^* - \bar{Y}^*)^2}{(M - 1)}} \quad (44)$$

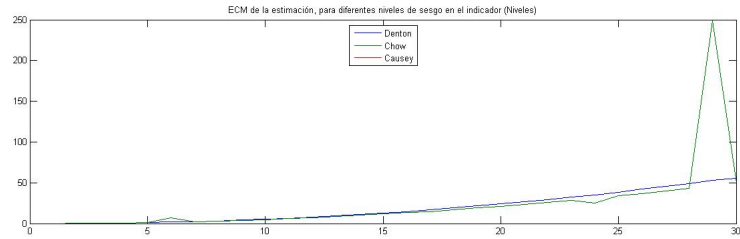
$$Correlación = \frac{Cov(Y^* Y^{REAL})}{\sqrt{Var(Y^*)} \sqrt{Var(Y^{REAL})}} \quad (45)$$

Análisis para las estimaciones de la serie en niveles. Se presentan primero los resultados de las estimaciones de la serie en niveles para valores crecientes del parámetro σ_e^2 . Se observa en términos generales que los errores de estimación para los tres métodos son crecientes con la volatilidad del indicador.

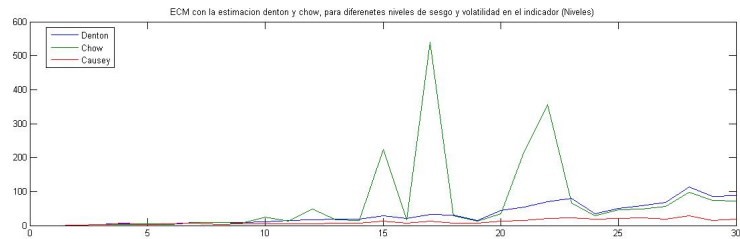


Si bien para valores reducidos del parámetro σ_e^2 no se observan diferencias significativas entre métodos, el CH es el que presenta menor error cuadrático medio. Para valores grandes del parámetro σ_e^2 todos los métodos presentan valores altos de ECM y mayor volatilidad en el mismo. Si se evalúan las estimaciones en función de la volatilidad y la correlación de las mismas con la serie objetivo, se encuentran resultados similares. La correlación es decreciente con la volatilidad del indicador en todos los casos, y la estimación obtenida por el método de Chow presenta, una volatilidad menor y una correlación superior con la serie objetivo. Estos resultados se modifican cuando la serie indicadora

presenta sesgo respecto a la serie objetivo. En este caso las estimaciones del nivel de la serie con DP y CH presentan un error cuadrático medio creciente con el valor de μ , en tanto que el método CT no se ve afectado por el mismo y obtiene una estimación en promedio más ajustada. El desvío estándar de las estimaciones en niveles es creciente y similar en los 3 métodos pero nuevamente en este caso el método CT presenta un grado de correlación mayor.



Por ultimo, se analizan los efectos combinados del aumento en el sesgo y la volatilidad del indicador sobre las estimaciones de la serie en niveles. En este caso el efecto es similar al caso anterior cuando únicamente se presentaba sesgo en el indicador. Con los tres métodos, el error cuadrático medio es creciente con el aumento en el sesgo y la volatilidad del indicador, siendo el método CT el que presenta menor error cuadrático medio.

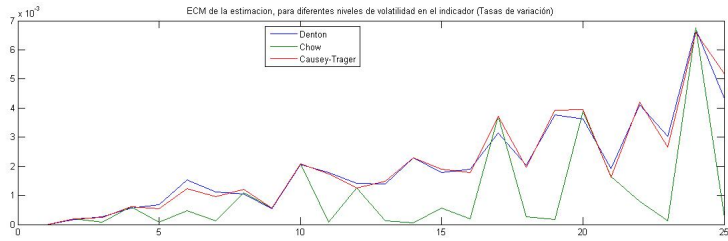


En resumen, la presencia de volatilidad en el indicador, afecta de mayor manera a las estimaciones por DP y CT que a la estimación CH. En cambio para niveles de sesgo crecientes, la performance del estimador CH se deteriora, al tiempo que resulta más eficiente el estimador CT. Cuando ambos efectos se presentan conjuntamente, la estimación obtenida por CT presenta los mejores resultados en términos de error cuadrático medio. En el cuadro No. 1 se presenta un resumen de los valores obtenidos para el error cuadrático medio, el desvío estándar y la correlación con la serie objetivo, para algunos de los valores calibrados de los parámetros σ_e^2 y μ . La presencia de volatilidad en el indicador, genera aumentos en el desvío y menor correlación con las series objetivo en todos los métodos, siendo la estimación de Chow la más eficiente. En cambio

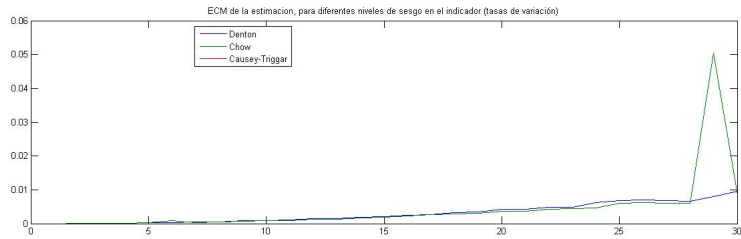
cuando el estimador presenta además un sesgo respecto a la serie objetivo, la estimación con menor volatilidad y mayor correlación es la obtenida con CT.

Cuadro No. 1									
ECM de la estimación de la serie en niveles									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
5	4.8	1.2	3.9	1.6	1.4	.0	4.5	4.4	3
10	4.8	1.9	4.7	6.6	5.8	.0	7.5	7.2	6.3
15	10.9	4.2	10.9	14.9	13.3	.0	18.9	19.6	8.7
20	10.4	.5	10.6	27.1	23.5	.0	30.8	30.3	16
25	18	3.2	16.8	42.1	36.8	.0	73.2	64.5	14.5
Desvíos estándar de la estimación de la serie en niveles									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	1.1	1.1	1.1	1.4	1.4	1.4	.95	.95	.95
5	2.1	1.9	1.9	4.8	4.8	4.8	3	3.3	3.2
10	3.1	1.8	3.2	10.2	9.8	9.8	8.2	8.2	8.1
15	4.6	3.5	4.7	12.1	11.6	11.6	13	13.1	12.7
20	4.9	2.7	4.9	17.6	16.7	16.7	15.8	15.8	15.4
25	4.2	1.9	4.0	23.1	22.1	22.1	22.5	22.3	21.1
Correlación de la estimación de la serie en niveles									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	.75	.85	.76	.96	.97	1	.9	.91	.93
10	.71	.75	.75	.96	.97	1	.921	.93	.94
15	.16	.52	.17	.94	.95	1	.94	.94	.97
20	.53	.78	.55	.95	.96	1	.93	.93	.97
25	.24	.63	.23	.96	.96	1	.92	.93	.98

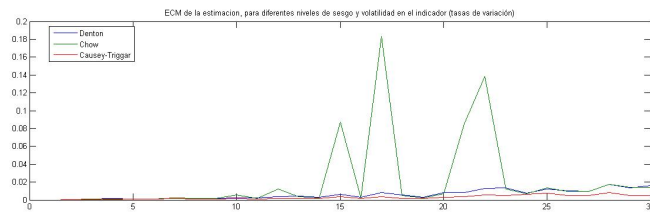
Análisis para las estimaciones de las tasas de variación respecto al trimestre anterior. Cuando se analizan los resultados para las estimaciones de la tasa de variación, resultan similares a los obtenidos con las estimaciones de las series en niveles. El siguiente gráfico muestra el error cuadrático medio de las estimaciones para valores crecientes del parámetro σ_e^2 .



El método CH tiene un error cuadrático medio más reducido y menor volatilidad en la estimación de las tasas de crecimiento para casi todos los niveles del parámetro σ_e^2 analizados. En cambio al comparar la correlación con la serie objetivo de cada una de las estimaciones, no se observan diferencias significativas entre métodos. En presencia de un indicador sesgado, el estimador CT resulta más eficiente para la estimación de las tasas de variación respecto al trimestre anterior. Esto se refleja en el siguiente gráfico, observándose que el error cuadrático medio es creciente y superior en el caso de los métodos DP y CH.



El desvío estándar de las estimaciones es creciente, resultando levemente inferior en el método CT, en tanto que la correlación con la serie observada con este último método es mayor. Por último, al analizar los efectos combinados de incrementos en la volatilidad y en el sesgo del indicador, los resultados son similares a los obtenidos para la serie en niveles. En términos de volatilidad de las estimaciones, no se observan diferencias significativas, al tiempo que CT presenta menor error cuadrático medio y una correlación mayor con la serie a estimar que los demás métodos.



Al combinarse los efectos del sesgo y la volatilidad en el indicador de alta frecuencia, predomina el primero de estos y la estimación con el método CT

obtiene el menor error cuadrático medio en las tasas de variación, aunque las diferencias son menores que las obtenidas para las series en niveles. En el cuadro No. 2 se resumen los resultados del análisis de la bondad de las estimaciones en términos de error cuadrático medio, desvíos estándar y coeficiente de correlación con la serie objetivo.

Cuadro No. 2									
ECM de la estimación de la serie en tasas de variación									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
5	.0	.0	.0	.0002	.0002	.0	.001	.001	.0
10	.0019	.0001	.0019	.001	.001	.0	.002	.002	.001
15	.0023	.0001	.0022	.003	.002	.0	.004	.004	.002
20	.0029	.0001	.0029	.004	.003	.0	.008	.008	.004
25	.0041	.0001	.0038	.007	.006	.0	.014	.013	.005
Desvíos estándar de la estimación de la serie en tasas de variación									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	.007	.007	.007	.016	.016	.016	.008	.008	.008
5	.03	.03	.03	.018	.019	.028	.03	.033	.037
10	.04	.02	.05	.029	.03	.04	.045	.046	.056
15	.05	.04	.06	.039	.04	.06	.07	.07	.08
20	.05	.01	.05	.058	.06	.08	.08	.08	.095
25	.06	.02	.06	.072	.074	.1	.102	.102	.11
Correlación de la estimación de la serie en tasas de variación									
	Cambios en σ_e^2			Cambios en μ			Cambios en $\sigma_e^2 y \mu$		
	DP	CH	CT	DP	CH	CT	DP	CH	CT
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	.4	.43	.44	.8	.82	1	.499	.5	.71
10	.26	.26	.28	.62	.67	1	.55	.62	.76
15	.0	.0	.0	.615	.66	1	.33	.4	.75
20	.07	.26	.0	.61	.66	1	.46	.47	.8
25	.13	.39	.15	.59	.63	1	.3	.35	.8

Análisis con series simuladas con estacionalidad

Serie simulada

En este apartado se detalla el procedimiento seguido para crear las series con las que se evalúan las propiedades de las estimaciones en presencia de estacionalidad en las series de alta frecuencia. Se trata de series trimestrales y anuales de las variables indicadora y objetivo. La serie trimestral de la variable (a estimar con las distintas metodologías) sigue el siguiente proceso:

$$Y_t = \theta_t^* + \mu_t \quad (46)$$

$$\theta_t^* \begin{cases} 100*T_t + t + \varepsilon_t & \text{si } t = 1 \\ 100*T_t + t + \varepsilon_t & \text{si } t = 2 \\ 100*T_t + t + \varepsilon_t & \text{si } t = 3 \\ 100*T_t + t + \varepsilon_t & \text{si } t = 4 \\ \theta_{t-4}^* + t + \varepsilon_t & \text{si } t = 5, \dots, 24 \end{cases} \quad (47)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, 1) \quad (48)$$

$$Tt, \text{ con } t = 1, \dots, 4 \text{ son los factores estacionales} \quad (49)$$

$$\mu_t \begin{cases} 0 & \text{si } t = 1, \dots, 8 \\ \mu & \text{si } t = 9, \dots, 16 \\ -\mu & \text{si } t = 17, \dots, 24 \end{cases} \quad (50)$$

Por otro lado la serie trimestral indicadora de la variable (disponible para esa frecuencia) sigue el siguiente proceso:

$$p_t = \theta_t^* + e_t \quad (51)$$

donde

$$e_t \sim N(0, \sigma_e^2) \quad (52)$$

De esta forma la serie indicadora disponible en frecuencia trimestral presenta un error de media cero y varianza σ_e^2 y un sesgo a partir del período 9 respecto a la serie real a estimar. Por otro lado el factor estacional es común a ambas series. Las respectivas series anuales de las variables indicadora y real surgen de agregar las series trimestrales. El subíndice n indica el número de períodos anuales y el subíndice t el número de trimestres de cada año.

$$Y_n = \sum_{4n-3}^{4n} Y_t \quad (53)$$

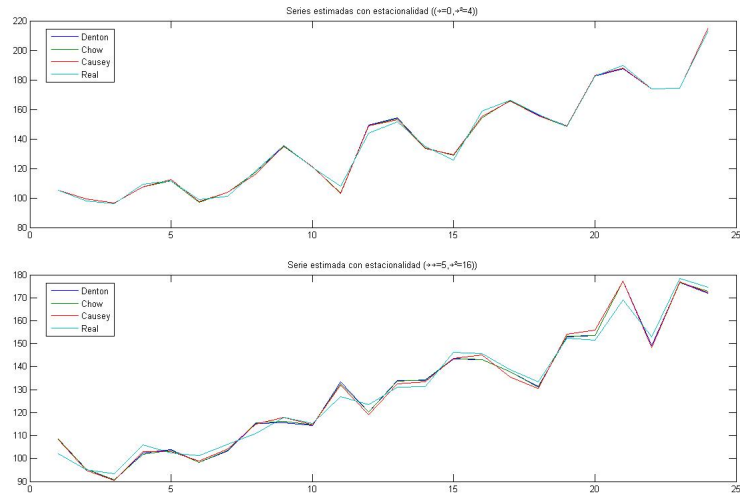
$$p_n = \sum_{4n-3}^{4n} p_t \quad (54)$$

Para este ejercicio se simularon series de 24 trimestres correspondientes a 6 años. A partir de la calibración de los parámetros μ , σ_e^2 y los factores estacionales Tt , es posible evaluar los efectos de un aumento en el sesgo y la volatilidad del indicador respecto a la serie a estimar, en el caso de una serie con componente estacional.

Resultados obtenidos

Calibrando los parámetros que determinan la volatilidad y el sesgo del indicador utilizado (μ, σ_e^2) , así como los que determinan los coeficientes estacionales de la serie (Tt), se realizan estimaciones con los métodos DP, CH y CT para distintos valores de los mismos. La estimación del método CT se realizó mediante una aproximación numérica con el algoritmo “interior-point” disponible en Matlab y se tomaron como valores iniciales los valores de la serie indicadora. Al evaluar la bondad de las estimaciones obtenidas mediante el error cuadrático medio, el desvío estándar y la correlación con la serie objetivo, las conclusiones son similares a las obtenidas para las series sin estacionalidad. Para niveles de volatilidad crecientes del indicador, las estimaciones presentan un ECM creciente, no observándose diferencias significativas entre las estimaciones obtenidas con los 3 métodos. Cuando además de mayor volatilidad el indicador presenta un sesgo en relación a la serie objetivo, el método CT obtiene los mejores resultados en términos de error cuadrático medio de las estimaciones de las series en niveles. En el anexo se presentan los gráficos y resultados de estas estimaciones.

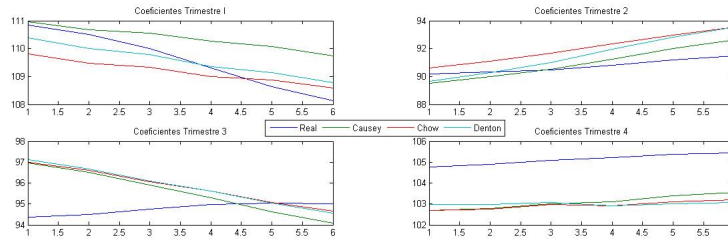
En el caso de las series con componente estacional, es de particular interés preservar lo máximo posible este comportamiento que se repite dentro de cada año. En esta sección se analizan las diferentes estimaciones del componente estacional, implícitas en los métodos de benchmarking aplicados. Con las diferentes series estimadas por los métodos de CT, CH y DP, se analiza el comportamiento de los coeficientes de estacionalidad comparándolos con los de la serie real. En primera instancia se estiman las series ajustadas por estacionalidad y los coeficientes estacionales de las series estimadas y de la real, mediante el procedimiento X-13 ARIMA. Los métodos de benchmarking deben armonizar el comportamiento de la serie trimestral al de la serie anual, por lo que pueden afectar los movimientos estacionales de la serie objetivo. Aquel procedimiento que menos modifica el componente estacional de la serie, presenta ventajas respecto a los demás. La evaluación se realizó sobre dos calibraciones diferentes de los parámetros σ_e^2 y μ . En la primera calibración $(\mu=0, \sigma_e^2=4)$ se genera un indicador de alta frecuencia insesgado pero volátil. En la segunda calibración $(\mu=5, \sigma_e^2=16)$ el indicador de alta frecuencia presenta sesgo y un ruido más volátil respecto al anterior. Este ejercicio permite comparar cómo se comportan los coeficientes estacionales de las series estimadas ante indicadores con diferente volatilidad y sesgo. En los gráficos a continuación se muestran las estimaciones realizadas con los 3 métodos para las dos calibraciones establecidas de los parámetros.



En los gráficos anteriores se muestran las diferentes estimaciones obtenidas, permitiéndose observar que bajo la segunda calibración (con mayor sesgo y ruido en el indicador), los errores en los tres métodos son mayores. A partir de las series estimadas se obtuvieron los factores estacionales de cada serie utilizando el método X-13 ARIMA, en las 2 calibraciones. El siguiente gráfico contiene los coeficientes estacionales estimados bajo la primer calibración ($\mu = 0$ y $\sigma_e^2 = 4$).



En términos comparativos, el método DP es el que genera mayores discrepancias, en tanto que el método CT genera la estimación con menor error promedio. Estos resultados se mantienen al analizar las estimaciones con la segunda calibración ($\mu = 5$ y $\sigma_e^2 = 16$). Con los 3 métodos, los resultados empeoran con el aumento en el sesgo y la volatilidad.



Estos resultados advierten sobre las distorsiones que pueden generarse sobre los movimientos estacionales de las series y los consecuentes análisis que se realicen sobre los mismos.

Para complementar el análisis y la evaluación cuantitativa de los efectos encontrados sobre los movimientos estacionales, se calcularon los errores cuadráticos medios de las estimaciones de los factores estacionales. Los resultados resumidos en el cuadro del anexo muestran como los errores para los 3 métodos se incrementan con el sesgo y la volatilidad del indicador. Siendo CT el de mejores resultados en la mayoría de los trimestres, para la segunda calibración. Adicionalmente se realizó un test de diferencia de medias sobre los coeficientes estacionales de las series estimadas, respecto al coeficiente estacional de la serie real. Los test se realizaron sobre los coeficientes estacionales de un mismo trimestre, por lo cual se realizaron 4 test por cada una de las series estimadas. Se presentan a continuación los valores p resultantes del test de diferencia de medias realizado sobre cada uno de los coeficientes estacionales obtenidos. Para aquellos test con un valor p mayor al nivel de significación, no se rechaza la hipótesis de igualdad de medias de las series. En las estimaciones con los métodos DP y CH el test permite concluir que no existen diferencias en promedio en los coeficientes de los trimestres tercero y cuarto, pero no se rechaza la diferencia de medias para los trimestres 1 y 2.

Cuadro No. 3 Test de diferencia de medias ($\mu=0, \sigma_e^2=4$), Valor p				
Método	Trimestre I	Trimestre II	Trimestre III	Trimestre IV
CT	.300	.1017	.347	.00***
CH	.002***	.0152**	.534	.677
DP	.002***	.0023***	.447	.132
Nivel de significación ***1%, **5% y *10%				

En el caso de la estimación con el método CT, los test realizados para los primeros tres trimestres no permiten rechazar la igualdad de medias de las series, en tanto que si se rechaza para el cuarto trimestre. Estos resultados indican que bajo esta calibración los tres métodos tienen problemas para estimar los cuatro coeficientes estacionales de la serie objetivo, siendo la metodología CT la que obtiene mejores resultados para un mayor número de trimestres.

Cuadro No. 4 Test de diferencia de medias ($\mu=5, \sigma_e^2=16$), Valor p				
Método	Trimestre I	Trimestre II	Trimestre III	Trimestre IV
CT	.1176	.5606	.1242	.00***
CH	.4244	.03**	.02**	.00***
DP	.9988	.2473	.025**	.00***
Nivel de significación ***1%, **5% y *10%				

Estos resultados se muestran robustos a la calibración realizada. En el cuadro No 4 se presentan los resultados para la segunda calibración, no observándose diferencias significativas respecto a los anteriores. El método CT sigue siendo el de mejor performance en este sentido y se observa una desmejora en los resultados obtenidos con el método CH.

Conclusiones

En este trabajo se realizó un análisis comparativo de un conjunto de técnicas diseñadas para el benchmarking de series trimestrales a sus correspondientes agregados anuales. Se estudiaron las propiedades de los métodos Denton Proporcional (DP), Chow y Lin (CH) y Causey y Trager (CT), ante diferentes problemas de armonización. El estudio evalúa los efectos de utilizar indicadores trimestrales con sesgo y volatilidad respecto a la serie objetivo. Se evaluaron por un lado los efectos sobre las estimaciones de series sin estacionalidad y por otro los efectos sobre los movimientos estacionales de las series. Para ello se realizaron ejercicios de simulación, que permiten evaluar empíricamente las estimaciones obtenidas por los diferentes métodos, ante diferentes problemas de armonización.

Los resultados para las series desestacionalizadas en niveles, utilizando un indicador trimestral insesgado, muestran errores de estimación crecientes con la volatilidad del indicador utilizado; siendo el método CH el de mejor performance relativa. Cuando el indicador utilizado presenta sesgo en relación a la variable objetivo, los métodos DP y CH, presentan un error cuadrático medio mayor, mientras que el método CT no resulta afectado por el sesgo y obtiene estimaciones en promedio más ajustadas. Cuando se analiza la presencia en conjunto de sesgo y volatilidad, los resultados son similares al caso anterior. En todos los métodos el ECM es creciente con el aumento en el sesgo y la volatilidad de las estimaciones, siendo el método CT el que presenta menor ECM.

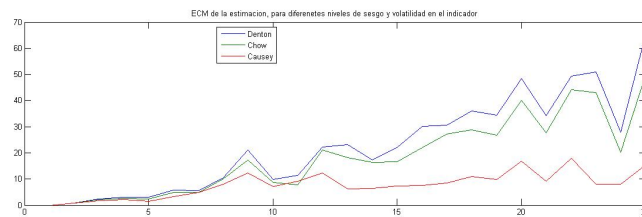
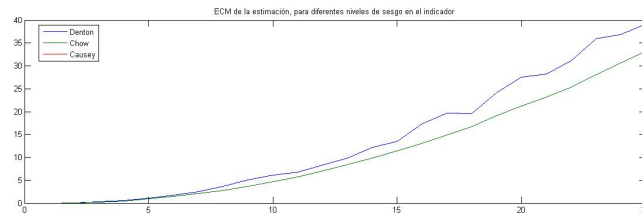
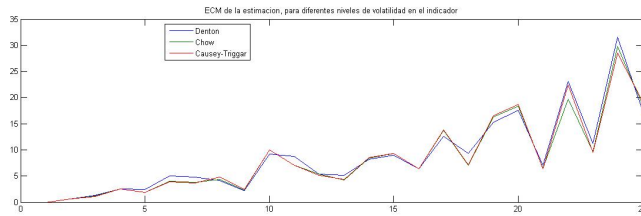
Cuando se analizan los resultados para las estimaciones de la tasa de variación, resultan similares a los obtenidos con las estimaciones de las series en niveles. Cuando el indicador utilizado es insesgado, los aumentos en la volatilidad afectan más a los métodos DP y CT, aunque las diferencias son menores a las observadas para los niveles de la serie. Nuevamente en presencia de sesgo en el indicador trimestral, las estimaciones con DP y CH presentan un error creciente, siendo el método CT el de menor ECM.

Por último se realizaron estimaciones con los métodos propuestos para una serie trimestral con estacionalidad. Los resultados para las estimaciones de la serie en niveles y de su tasa de variación coinciden con los obtenidos para la serie desestacionalizada. Con el objetivo de comparar los efectos del sesgo y la volatilidad del indicador, sobre el comportamiento estacional de la variable, se estimaron los coeficientes estacionales mediante el procedimiento X-13 ARIMA. Los resultados muestran que el aumento en el sesgo y la volatilidad del indicador trimestral, afectan las estimaciones del componente estacional con los 3 métodos, aunque en menor medida con el método CT.

En resumen, la utilización de técnicas de benchmarking para obtener series de alta frecuencia coherentes con series de baja frecuencia más consistentes, muestra resultados sensibles a las propiedades de la serie indicadora utilizada. Cuando se utiliza un indicador insesgado de la variable a estimar y con una volatilidad relativa reducida, los diferentes métodos obtienen estimaciones similares y eficientes. Los problemas surgen cuando no se dispone de indicadores con esas características. Las diferentes técnicas aquí planteadas obtienen resultados diferentes en función de la problemática presente en cada caso, pero no constituyen un listado exhaustivo de las posibles técnicas de benchmarking existentes. Este análisis, debe complementarse en la práctica con el estudio particular de la variable y su indicador trimestral, a los efectos de poder determinar el método más eficiente.

Anexos

Resultados de las estimaciones de las series con estacionalidad



Coeficientes estacionales estimados			
ECM de las estimaciones			
$(\mu = 0 \text{ y } \sigma_e^2 = 4)$			
	DP	CH	CT
Trimestre I	1.18	1.09	.11
Trimestre II	1.09	.64	.23
Trimestre III	.31	.29	.39
Trimestre IV	.19	.013	.34

Coeficientes estacionales estimados			
ECM de las estimaciones			
$(\mu = 5 \text{ y } \sigma_e^2 = 16)$			
	DP	CH	CT
Trimestre I	.2	.48	.98
Trimestre II	1.46	2.01	.47
Trimestre III	2.44	2.27	2.1
Trimestre IV	4.56	4.8	4.1

Referencias

1. Brown, Irene (2005). "An Empirical Comparison of Methods for Benchmarking. Seasonally Adjusted Series to Annual Totals". Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
2. Brown, Irene (2012). "An Empirical Comparison of Benchmarking Methods for Economic Stock Time Series". U.S. Census Bureau.
3. Causey, B. y Trager, M.L (1981). "Derivation of Solution to the Benchmarking Problem: Trend Revision". Unpublished research notes. U.S. Census Bureau.
4. Chen, Baoline y Stephen H. Andrews (2008). "An Empirical Review of Methods for Temporal Distribution and Interpolation in the National Accounts". Survey of Current Business
5. Chow, Gregory y An-loh Lin (1971). "Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series". The review of Economics and Statistics.
6. Daalmans, Jacco y Di Fonzo, Tommaso (2014). "Denton PFD and GRP benchmarking are friends. An empirical evaluation on Dutch Supply and Use Tables".
7. Di Fonzo, Tommaso y Marini, Marco (2010). "Benchmarking and movement preservation. Evidences from real-life and simulated series". Department of Statistical Sciences, University of Padua.
8. Di Fonzo, Tommaso y Marini, Marco (2012). "On the Extrapolation with the Denton Proportional Benchmarking Method". IMF Working Paper.
9. Denton, Frank (1971). "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization". Journal of the American Statistical Association.
10. Eurostat (1999). "Handbook on Quarterly National Accounts". Luxembourg: Office for official Publications of the European Communities.
11. Fondo Monetario Internacional (2001). "Manual de Cuentas Nacionales Trimestrales. Conceptos, fuentes de datos y compilación."
12. Harvill Hood, Catherine (2005). "An Empirical Comparison of Methods for Benchmarking Seasonally Adjusted Series to Annual Totals".
13. Reber, Ricci y Pack Sarah (2014). "Methods of Temporal Disaggregation for Estimating Output of the insurance Industry". Submitted for presentation at the 84th annual meeting of the Southern Economic Association.