

Modelos SARFIMA diarios no estacionarios:

Aplicación al consumo de energía eléctrica

Mauricio Giacometti*

JEL: C22, C53, C13

Palabras clave: predicción del consumo de energía eléctrica, diferenciación fraccional estacional, series diarias.

*mgiaco@adinet.com.uy

Abstract

El presente trabajo tiene por objetivo investigar el poder predictivo de los modelos SARFIMA para el análisis de series temporales diarias, con una aplicación a la serie diaria de consumo eléctrico del Uruguay.

Este tipo de modelos permite el estudio de características de largo plazo de la serie en cuestión y disminuye la posibilidad de sobrediferenciación de la serie ya que los parámetros de los polinomios de diferenciación son estimados y pueden ser puestos a prueba mediante estadísticos con distribución conocida.

La estimación es llevada a cabo con el método de mínimos cuadrados, mediante la utilización del algoritmo de Gauss-Newton. A diferencia de otros métodos de estimación, éste es llevado a cabo en una única etapa, lo que da lugar a estimadores más eficientes.

Para poner a prueba la calidad de las predicciones se contrasta el poder predictivo de estos modelos contra modelos SARIMA mediante indicadores como el MAE y MAPE. Los resultados indican que un modelo que permita la diferenciación fraccional es una herramienta poderosa para la predicción de este tipo de series.

Palabras clave: predicción del consumo de energía eléctrica, diferenciación fraccional estacional, series diarias.

1) Introducción

A partir de la década de los 70 se popularizan los modelos de series de tiempo ARIMA, gracias a la obra de Box y Jenkins; estos modelos simples pretenden describir el comportamiento de una variable en función de sus valores pasados sin tener que recurrir para ello a una teoría económica bien desarrollada.

Esta modelización se generaliza para poder modelizar datos que presentan estacionalidad, es decir, que presentan oscilaciones periódicas, con período menor al año. Estos modelos son denominados SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s, en donde d y D son seleccionados de manera tal que la serie resultante de la diferenciación sea estacionaria.

A diferencia de los modelos SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s, los modelos SARFIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s presentan una ventaja en su formulación y es que permiten que los parámetros “d” y “D” sean estimados y tomen valores racionales en vez de enteros, es decir, permiten la existencia de raíces fraccionales, por lo que se deberá diferenciar fraccionalmente a la variable de estudio para que resulte integrada de orden 0.

La idea de diferenciación fraccional surge ya en 1695 cuando L'Hopital pregunta a Leibniz (inventor de la notación $\partial^n y / \partial x^n$) ¿que pasaría si “n” fuese ½? Desde ese momento diferentes matemáticos han desarrollado la idea de que “n” fuese real o complejo, hasta llegar al caso de diferenciación racional, que es la utilizada en este caso.

En palabras de Granger y Joyeux [13] los econométristas diferencian sus series “para lograr estacionariedad”, o sea que suponen que la serie original tiene varianza infinita. A su vez, aquellos que estudian las series de tiempo en el dominio de la frecuencia se muestran aversos a la

diferenciación de las series porque aseguran que este filtro quita información en las frecuencias bajas, o sea aquellas asociadas al largo plazo.

Los procesos SARFIMA (Seasonally Autorregresive Fractionally Integrated Moving Average) vienen, de esta manera, a llenar un vacío en la modelización de series de tiempo estacionales, permitiendo reconciliar estas dos posturas al dejar que los parámetros de diferenciación tomen valores fraccionales, donde el 0 y el 1 (o cualquier valor entero) son casos particulares.

Desde un punto de vista empírico, la lenta convergencia de las autocorrelaciones de algunas series hacia cero no concuerda con la idea de los modelos SARMA, pero tampoco con la de los modelos SARIMA, ya que sus autocorrelaciones no deberían decaer sino mantenerse estables. Es por esto que se hace necesario generalizar la modelización para permitir mayor flexibilidad.

La posibilidad de que los parámetros de diferenciación “d” y “D” tomen valores no enteros fue introducido en econometría por Granger y Joyeux y Hosking, pero esta forma de modelizar las series toma la idea de otras ciencias como la hidrometría con trabajos como el de Hurst, en donde se refieren a este tipo de modelos como capaces de capturar las correlaciones existentes entre observaciones distantes en el tiempo, o fenómeno de “long memory” o “long range dependence”.

El hecho de que los parámetros “d” y “D” tomen valores diferentes a los naturales, (usualmente 0, 1, 2), lo que fue llamado por Maynard y Phillips (2001) como “alternativas extremas”, permite distinguir a los procesos entre aquellos de “memoria larga” y aquellos antipersistentes o sobrediferenciados. Entre los procesos de “memoria larga” se encuentran

aquellos estacionarios, los no estacionarios con varianza finita pero que retornan a la media y aquellos que no retornan a la media ni tienen varianza finita.

Como forma de visualizar los beneficios de esta manera de estudiar las series temporales es que en el presente trabajo se aplica esta modelización al consumo diario de energía eléctrica de Uruguay.

Para estimar los parámetros se propone la utilización del método de minimización de la suma de los errores al cuadrado, y para lograr este objetivo se utiliza el algoritmo de Gauss-Newton. Estos estimadores son iguales a aquellos encontrados por el método de cuasi máxima verosimilitud y por ello “heredan” sus propiedades, lo que permite la utilización de estimadores como Wald, razón de verosimilitud o multiplicadores de Lagrange para probar hipótesis lineales sobre los parámetros.

Con el objetivo de mostrar la relevancia de este tipo de modelización se estiman a su vez modelos SARIMA similares, para poder hacer una comparación en términos de poder predictivo a distintos horizontes temporales.

2) Propiedades básicas de los modelos SARFIMA

El proceso generador de datos SARFIMA(p,d,q)(P,D,Q)₇ es definido como:

$$\Phi_p(L)\Phi_p(L)(1-L)^d(1-L^7)^D Y_t = \Theta_q(L)\Theta_q(L)\varepsilon_t \quad (2.1)$$

Donde Y_t es un proceso centrado, ε_t es un ruido blanco y los polinomios $\Phi_p(L) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i$,

$\Phi_p(L) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_{i7} L^{i7}$, $\Theta_q(L) = 1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i$ y $\Theta_q(L) = 1 + \sum_{i=1}^q \theta_{i7} L^{i7}$, tienen todas sus raíces fuera

del círculo unidad y no poseen ninguna raíz en común entre ellos.

Además, los polinomios $(1-L)^d$ y $(1-L^7)^D$ son los polinomios de diferenciación regular y estacional respectivamente y los parámetros d y D , los órdenes de diferenciación, que a diferencia de la modelización SARIMA, pueden tomar valores reales.

Para $d, D > -1$, podemos expandir cualquiera de estos binomios de diferenciación, gracias a un desarrollo de Taylor de orden infinito, como:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k \quad (2.2)$$

$$(1-L^7)^D = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{D}{k} (-1)^k L^{7k} \quad (2.3)$$

con coeficientes

$$\binom{a}{k} = \frac{a!}{k!(a-k)!} = \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(a-k+1)} \quad a = d, D \quad (2.4)$$

en donde $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma definida como: $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ para aquellos valores de x no negativos.

Los modelos que no admiten la presencia de raíces fraccionales modelan variables estacionarias que tienen autocorrelaciones que decaen a una tasa exponencial, mientras que los modelos que si permiten la existencia de raíces fraccionales aceptan que las autocorrelaciones de la variable de estudio presenten caídas a tasas hiperbólicas, por lo tanto, más lentas.

Según Katayama[20], las autocovarianzas $\gamma(j)$ del proceso dependen de $(d+D)$ y de D a

$$\text{medida que } j \rightarrow \infty. \gamma(j) \sim \alpha_1 j^{2(d+D)-1} + j^{2D-1} \sum_{i=2}^{1+\left(\frac{s-1}{2}\right)} \{\alpha_i \cos(j\lambda_i) + \beta_i \sin(j\lambda_i)\} \quad (2.5)$$

donde β_i, α_i son constantes apropiadas que no dependen de j y λ_j está definida como la

$$\text{frecuencia } j\text{-ésima, } \lambda_j = \frac{2(j-1)\pi}{s-1} \forall j = 1, \dots, 1 + \left(\frac{s-1}{2}\right). \quad (2.6)$$

El proceso será estacionario si $(d+D) < 1/2$ y $D < 1/2$, mientras que será invertible si $(d+D) > -1/2$ y $D > -1/2$.

Entonces, si $\max(d+D, D) \in \left(-1/2, 0\right)$ entonces el proceso Y_t tiene memoria intermedia

$\left(\sum_{j=0}^{\infty} |\gamma(j)| < \infty\right)$ y si $\max(d+D, D) \in \left(0, 1/2\right)$ se dice que el proceso Y_t tiene memoria larga

$\left(\sum_{j=0}^{\infty} |\gamma(j)| = \infty\right)$.

3) Estimación

Siguiendo a Chan[10], el método seguido a lo largo de este capítulo podría enmarcarse como una “aproximación AR” al fenómeno de la “memoria larga”.

Se considera un proceso de gran persistencia y_t , definido por su expansión $AR(\infty)$

$$y_t + \pi_1(\theta)y_{t-1} + \pi_2(\theta)y_{t-2} + \dots = \varepsilon_t$$

donde π_j son los coeficientes de $\Phi(L)\Theta(L)^{-1}(1-L)^d$ y θ conforma el vector de los parámetros de estos polinomios y el parámetro de diferenciación, d . En la práctica, al contar con un número finito de observaciones, se considera el modelo truncado en algún valor m .

El estimador de los pesos π_j puede encontrarse maximizando la función de cuasi máxima verosimilitud:

$$\ell(\theta) = - \sum_{t=m+1}^T \left[y_t + \pi_1(\theta)y_{t-1} + \pi_2(\theta)y_{t-2} + \dots + \pi_m(\theta)y_{t-m} \right]^2 \quad (3.1)$$

que en caso de que las perturbaciones sean normales se puede estimar un procedimiento equivalente que es el de Mínimos cuadrados no lineales (MCNL).

Este método consiste en minimizar la suma de cuadrados residuales.

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T e_t^2 \quad (3.2)$$

En donde los errores están definidos por:

$$e_t = Y_t - f(X_t, \hat{\beta}) \quad (3.3)$$

Donde f es una función continua y diferenciable en los parámetros $\hat{\beta}$.

Esta minimización se logra igualando el vector de pendientes al vector nulo.

$$\frac{\partial \sum_{t=1}^T e_t^2}{\partial \hat{\beta}} = 0 \quad (3.4)$$

En el caso de que la función f no sea una función lineal en $\hat{\beta}$, entonces el sistema de ecuaciones definido en (3.4) no tiene una solución analítica y la solución a este sistema podría encontrarse mediante métodos numéricos como el algoritmo de Gauss-Newton.

Este algoritmo está definido por:

$$\hat{\beta}^{k+1} = \hat{\beta}^k - \left(J_e(\hat{\beta}^k)^T J_e(\hat{\beta}^k) \right)^{-1} J_e(\hat{\beta}^k)^T e(\hat{\beta}^k) \quad (3.5)$$

Donde k indica la cantidad de iteraciones, $J_e(\hat{\beta}^k)$ es la matriz jacobiana de la función errores evaluada en el vector $\hat{\beta}^k$.

Propiedades de los estimadores MCNL

Dado que los métodos de cuasi máxima verosimilitud (cuando suponemos distribución normal de las perturbaciones) y de mínimos cuadrados no lineales arrojan el mismo vector de estimadores, estos últimos “heredan” las características de los primeros.

Los estimadores de cuasi máxima verosimilitud comparten las mismas propiedades asintóticas que los estimadores máximo verosímiles. Por lo tanto son:

1. Consistentes
2. Asintóticamente normales
3. Asintóticamente insesgados
4. Asintóticamente eficientes

$$\hat{\beta} \xrightarrow{d} N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{n} Q_0^{-1}\right)$$

$$Q_0 = p \lim \frac{1}{n} X^{0'} X^0$$

$$X^0 = -J_e(\hat{\beta}^K) = J_f(\hat{\beta}^K)$$

$$Asy\hat{V}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2 (X^{0'} X^0)^{-1}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{T}$$

Procedimiento de estimación

El proceso SARFIMA fue definido como:

$$\Phi_p(L)\Phi_p(L)(1-L)^d(1-L^7)^D Y_t = \Theta_q(L)\Theta_q(L)\varepsilon_t$$

Conviene hacer la siguiente descomposición:

$$\Phi_p(L)\Phi_p(L)(1-L)^{m_1}(1-L)^{m_2}(1-L^7)^{g_1}(1-L^7)^{g_2} Y_t = \Theta_q(L)\Theta_q(L)\varepsilon_t \quad (3.6)$$

donde: $d = m_1 + m_2$ y $D = g_1 + g_2$ y m_1 y g_1 son la parte entera de los parámetros de los polinomios de diferenciación regular y estacional respectivamente.

Para que sea posible la estimación, el proceso debe ser estacionario, por lo tanto se seleccionará m_1 y g_1 de manera de lograr la estacionariedad. Luego de seleccionar estos órdenes, se procede a la diferenciación correspondiente. Esta variable ya filtrada es estacionaria y le llamaremos X_t .

$$(1-L)^{m_1} (1-L^7)^{g_1} Y_t = X_t \quad (3.7)$$

Es por lo tanto a esta serie filtrada a la que se la someterá al proceso de estimación.

El error en t (e_t) queda definido como aquella parte de la variable original que no pudo ser capturada por la modelización evaluada en los parámetros estimados.

Vale destacar que la naturaleza de e_t y de ε_t son diferentes, ya que ε_t es la perturbación del modelo y recoge aquellos efectos que influyen sobre Y_t pero que no están presentes en el pasado de la variable, mientras que e_t recoge además de estos efectos, los desvíos que existen entre los verdaderos parámetros y los parámetros estimados además de errores en la elección de la modelización.

Por lo que e_t queda definido como:

$$\frac{\widehat{\Phi}_p(L) \widehat{\Phi}_P(L) (1-L)^{\widehat{m}_2} (1-L^7)^{\widehat{g}_2}}{\widehat{\Theta}_q(L) \widehat{\Theta}_Q(L)} X_t = e_t \quad (3.8)$$

El citado método consiste en encontrar el vector

$$\widehat{\beta} = \begin{pmatrix} \widehat{m}_2 \\ \widehat{g}_2 \\ \widehat{\phi}_{i_1} \\ \widehat{\phi}_{i_2*7} \\ \widehat{\theta}_{j_1} \\ \widehat{\theta}_{j_2*7} \end{pmatrix} / \min \sum e_t^2 \left(\widehat{m}_2, \widehat{g}_2, \widehat{\phi}_{i_1}, \widehat{\phi}_{i_2*7}, \widehat{\theta}_{j_1}, \widehat{\theta}_{j_2*7} \right) \quad (3.9)$$

Es decir, utilizar el método de mínimos cuadrados no lineales para estimar los parámetros

$$\widehat{m}_2, \widehat{g}_2, \widehat{\phi}_{i_1}, \widehat{\phi}_{i_2*7}, \widehat{\theta}_{j_1}, \widehat{\theta}_{j_2*7} \quad \forall i_1 = 1, 2, \dots, p; \quad i_2 = 1, 2, \dots, P; \quad j_1 = 1, 2, \dots, q; \quad j_2 = 1, 2, \dots, Q.$$

Para ello se utilizará el algoritmo de Gauss-Newton, tal como fuera mencionado en el marco teórico.

Tomando la expresión 2.4 y 2.2, la diferenciación fraccional puede definirse para $m_2 > -1$:

$$\begin{aligned} (1-L)^{m_2} &= 1 + \frac{m_2}{1!}(-L)^1 + \frac{m_2(m_2-1)}{2!}(-L)^2 + \dots \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{m_2(m_2-1)(m_2-2)\dots(m_2-(j-1))}{j!}(-1)^j L^j \end{aligned} \quad (3.10)$$

Luego de sucesivas transformaciones podemos expresar esta expansión como:

$$(1-L)^{m_2} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j-m_2)}{\Gamma(j+1)\Gamma(-m_2)} L^j \quad (3.11)$$

$$(1-L)^{m_2} = \sum_{j=0}^{\infty} C_j L^j \quad (3.12)$$

donde los términos de la sumatoria, gracias a la propiedad recursiva de la función gamma ($\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$), son:

$$C_j = \frac{(j-m_2-1)}{j} C_{j-1} \quad (3.13)$$

Con $C_0=1$

De esta manera, el binomio de diferenciación fraccional queda expresado como:

$$(1-L)^{m_2} \approx \left(\sum_{j=0}^J C_j L^j \right) \quad (3.14)$$

De manera análoga podemos tomar el binomio de diferenciación estacional y aplicarle la misma expansión, tomando L^7 en vez de L y g_2 en vez de m_2 . A los pesos resultantes de esta transformación se les llamará F_s .

$$(1-L^7)^{g_2} \approx \left(\sum_{s=0}^S F_s L^{7s} \right) \quad (3.15)$$

$$F_s = \frac{(j - g_2 - 1)}{j} F_{s-1} \quad (3.16)$$

Con $F_0 = 1$

Luego de estas transformaciones podemos describir el proceso como:

$$\Phi_p(L)\Phi_p(L)(1-L)^{m_1}(1-L^7)^{g_1} \left(\sum_{j=0}^J C_j L^j \right) \left(\sum_{s=0}^S F_s L^{7s} \right) Y_t = \Theta_q(L)\Theta_q(L)\varepsilon_t \quad (3.17)$$

Si sustituimos a los parámetros por sus estimadores y despejamos coherentemente obtendremos los ε_t .

Por lo tanto vemos que ε_t depende de los parámetros estimados $\hat{\phi}_{i_1}, \hat{\phi}_{i_2*7}, \hat{\theta}_{j_1}, \hat{\theta}_{j_2*7}, \hat{C}_j(\hat{m}_2)$ y de

$\hat{F}_s(\hat{g}_2)$, en definitiva tenemos a $\varepsilon_t(\hat{m}_2, \hat{g}_2, \hat{\phi}_{i_1}, \hat{\phi}_{i_2*7}, \hat{\theta}_{j_1}, \hat{\theta}_{j_2*7})$.

En cuanto a los límites de las sumatorias (J y S), la teoría indica que se logra la igualdad cuando tienden a ∞ , pero se tomaron los valores S=20 y J=20 entendiéndose que era ya una muy buena aproximación. De esta forma ε_t queda expresado en función de $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-(7P+p+J+7S)}$, o sea Y_{t-185} aproximadamente por lo que se podría empezar a calcular la suma de cuadrados residuales desde el valor 186, por lo que se pierden 185 datos, lo que arroja una pérdida de aproximadamente medio año. Dada la cantidad de datos con los que se cuenta, esta pérdida no es tan significativa (en torno al 5% de los datos originales).

Para la obtención de las estimaciones de los parámetros, de la matriz de varianzas y covarianzas estimadas de los estimadores y de la suma de cuadrados residuales, se confeccionó Prolego (un programa que actualmente está en estado de prototipo).

Dicho software fue desarrollado en lenguaje Java en ambiente de desarrollo Eclipse utilizando además de las librerías nativas, la librería Jama para realizar operaciones con matrices.

4) Consideraciones acerca del consumo de electricidad en Uruguay

En este apartado se mencionarán algunos aspectos relevantes para la modelización de la serie de consumo de energía eléctrica en Uruguay, como ser las cualidades de esta energía, los factores que influyen su consumo, la importancia de una correcta previsión del consumo y cierra el capítulo una breve descripción del mercado eléctrico uruguayo.

Cualidades de la energía eléctrica

- a) **Transporte instantáneo para consumo inmediato:** cuando se prende un electrodoméstico o una lámpara de luz, inmediatamente se está demandando energía, que es transportada a la velocidad de la luz hasta el cliente.
- b) **Imposibilidad de almacenamiento:** la corriente alterna no puede ser almacenada en baterías como la corriente continua, lo que hace que los desfasajes entre oferta y demanda no se traduzcan en variación de existencias, sino que se resuelven “por el lado corto del mercado”.
- c) **Transporte por redes fijas:** Solo puede transportarse por redes (conductores) dimensionadas de acuerdo a previsiones de largo plazo.
- d) **Ausencia de sustitutos:** en muchos casos directamente no existen sustitutos (PC, TV, etc.) y en otros los sustitutos son muy imperfectos, iluminación y refrigeración por ejemplo.

Factores que influyen en la demanda de energía eléctrica

Podemos desagregar los factores como lo hace Gutiérrez Moya[16], por sector o lo podemos hacer por horizonte temporal.

Por sector, tenemos el sector residencial, el comercial y el sector industrial.

En el sector residencial, los factores que más influyen en la demanda son número de clientes, precio de los electrodomésticos, grado de penetración del aire acondicionado, número de personas por vivienda, y variables climáticas, entre las que se menciona la temperatura como la más importante.

Para el sector comercial, mencionaré el espacio ocupado por oficinas, el número de personas empleadas en el sector servicios, el nivel de consumo de los ciudadanos, el día de la semana, etc.

Por último, en el sector industrial, los factores más influyentes son el nivel de producción industrial, su empleo de mano de obra, la normativa medio ambiental, el día de la semana, entre otros.

En tanto, por horizonte temporal, podemos mencionar el precio relativo de la electricidad con respecto a otros recursos energéticos que tiene relevancia a mediano y largo plazo, porque la capacidad instalada de equipos eléctricos está dada en el corto plazo y el ingreso de la población por las mismas razones expuestas anteriormente, los consumidores solo pueden ajustar la intensidad con la que utilizan los equipos eléctricos, pero no pueden cambiar de equipamiento en el corto plazo.

O lo podemos hacer como Arrillaga, Rosas y Sibille[2], quienes lo hacen por tipo de variable.

Variables climáticas: el uso que más energía eléctrica utiliza es el de acondicionamiento del ambiente, mas específicamente el aumento de la temperatura ambiente por medio de diferentes

electrodomésticos.

*“Como es sabido, la **temperatura del aire exterior** no siempre es un indicador seguro y digno de confianza para determinar el frío que una persona puede sentir, si está expuesta al aire libre. Existen otros parámetros meteorológicos que influyen como la **velocidad del viento**, la **radiación** y la **humedad relativa**. El término **sensación térmica** es usado para describir el grado de incomodidad que un ser humano siente, como resultado de la combinación de la temperatura y el viento en invierno y de la temperatura, la humedad y el viento en verano”.*¹

A las variables expresadas anteriormente, se debería agregar la **precipitación**, ya que es importante para la determinación del “nivel de incomodidad” que una persona puede sentir sobre todo en invierno y para quitar esta sensación utiliza electrodomésticos (lava-secarropas, termofón, estufas, bombas de achique, etc)

Debería agregarse también **la insolación** como factor importante en la decisión de utilizar energía eléctrica para la iluminación de ambientes y exterior.

Efecto calendario: en el consumo de energía eléctrica, la utilización se da con diferente intensidad dependiendo del día de la semana, días feriados (laborables y no laborables) y próximos a feriados (fines de semana largos por ejemplo). Este efecto se debe principalmente a la disminución de la actividad que se da en los sectores comercial e industrial.

Grado de urbanización: el acervo de electrodomésticos está concentrado principalmente en los centros más poblados, por esto se encuentra una correlación positiva entre el grado de urbanización y el consumo de electricidad.

¹Información correspondiente a la página: <http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/fisicaInteractiva/Calor/Temperatura/SensacionTermica.htm>

Variables monetarias y socioculturales: la teoría clásica del consumidor relaciona positivamente el consumo personal con su ingreso, con el precio de los bienes sustitutos y negativamente con el precio del producto en cuestión y con el precio de los productos complementarios.

Cuando se menciona variables socioculturales se refiere a las costumbres y los usos, por ejemplo culinarios o de elección de fuente de energía para la calefacción.

Importancia de la estimación y previsión del consumo de energía eléctrica

Muchas son las razones esgrimidas para fundamentar la importancia de buenas estimaciones y predicciones del consumo de energía eléctrica a diferentes horizontes, entre ellas, para la optimización de las alternativas de *generación*, una eficiente *política tarifaria* y la correcta *planificación de la red*.

Este trabajo utiliza series diarias y por lo tanto las predicciones tendrán más validez en el corto plazo (la política tarifaria y la planificación de la red son tareas que requieren predicciones de más largo plazo), por lo que el tipo de modelos se podrá utilizar de la mejor manera en la óptima elección de recursos para la generación y/o compra de energía.

En Uruguay el despacho nacional de cargas (DNC) es el encargado de entregar la energía con una tensión y frecuencia adecuada al menor costo posible. Para cumplir con este objetivo estima la curva de carga² para optimizar los recursos en la generación de energía. Según W. Labys (1999) “Si las predicciones resultan ser demasiado bajas pueden tener lugar carencias de energía cuyos costes habitualmente son mucho mayores que el valor de la energía no suministrada. Por el contrario, si las previsiones resultan demasiado altas, los costes de oportunidad pueden ser

² función que relaciona el consumo de energía con el tiempo (en minutos, horas, días, etc.).

muy elevados al tener comprometidos, de forma improductiva, cuantiosos fondos económicos durante largos períodos de tiempo”.

Las fuentes de generación de energía de las que se nutre Uruguay son en orden ascendente en relación a su costo son: generación hidráulica propia, compra a Comisión técnico mixta de Salto Grande (CTM), importaciones desde Argentina y Brasil y generación térmica propia (a fuel oil y gasoil).

Es por estos motivos que el DNC corrobora que la generación hidráulica sea suficiente para abastecer la demanda y si considera (a cierto nivel de confianza) que no va a ser suficiente, entonces comienza a abastecerse de las otras fuentes hasta el caso extremo de prender las centrales térmicas.

Dada la diferencia de costos en la generación (sobre todo de la generación térmica), se hace importante mejorar los intervalos de predicción, para una correcta elección de las fuentes de aprovisionamiento de la energía eléctrica.

Para mostrar la importancia de la precisión en la predicción de la demanda diaria de energía eléctrica, Bunn y Farmer demuestran que para 1984, un incremento de un 1% en el error de predicción, causa un aumento de costos promedio de 10 millones de libras anuales. Este trabajo fue realizado para un solo operador eléctrico en Inglaterra.

Descripción de los datos analizados

La variable que se propone estudiar es la energía eléctrica consumida diariamente por los usuarios finales de Uruguay. Esta variable no es exactamente la serie estudiada en este trabajo (debido a la dificultad encontrada en la medición de esta variable, principalmente por el robo de energía), sino que en cambio se estudió la variable energía entregada a transmisión medida en MW por día. La variable mencionada anteriormente no es exactamente la energía consumida por los usuarios finales debido a que en la transmisión se encuentra resistencia en los materiales encargados de transportar la energía y en la etapa de reducción de la tensión sucede lo mismo, por lo que al consumidor final le llega una cantidad menor de energía que la que es entregada a transmisión. La energía consumida es sin embargo una proporción aproximadamente constante de la serie estudiada, por lo que no sería problema, luego de encontrar una predicción para la primera variable mencionada, predecir el verdadero consumo de los clientes finales. Sin embargo, dado el uso principal de las predicciones que de este trabajo se desprendan, esta transformación no será necesaria.

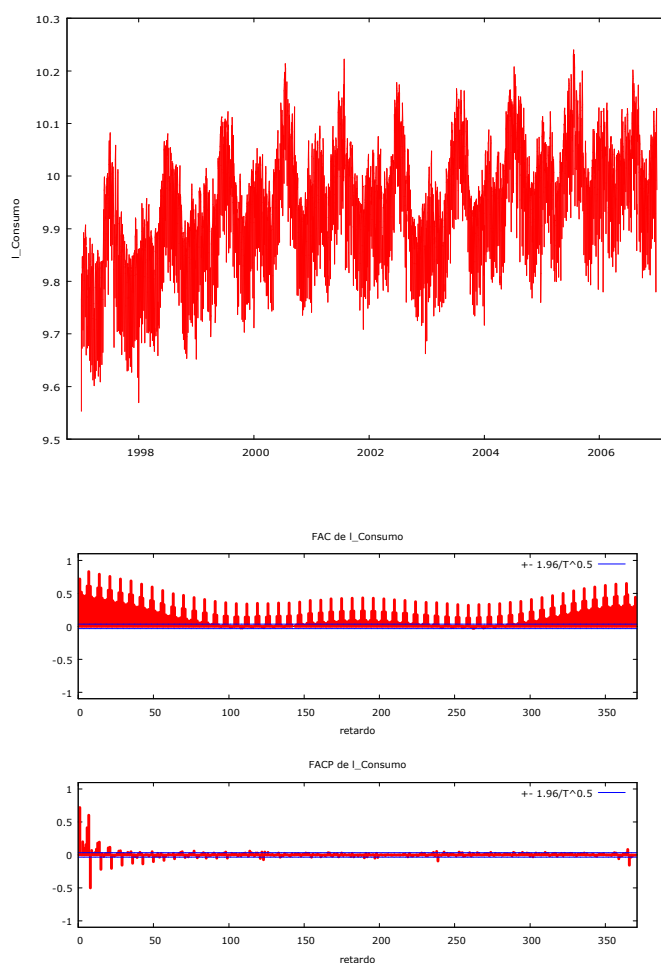
Para concluir con la descripción de los datos, se debe mencionar que éstos fueron tomados de medidores electrónicos instalados en todas las estaciones de generación de energía pertenecientes a UTE y en las interconexiones internacionales.

Gráficas

A continuación se presentan diferentes gráficos y estadísticos que ayudarán a describir el comportamiento de la serie sometida a estudio.

Logaritmo del Consumo de energía eléctrica de Uruguay

(Período 1/1/1997-31/12/2006)



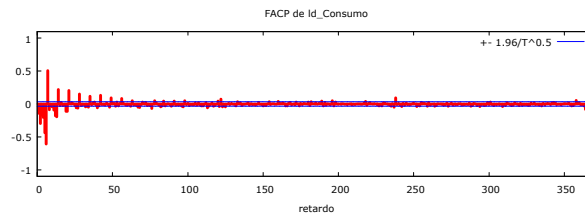
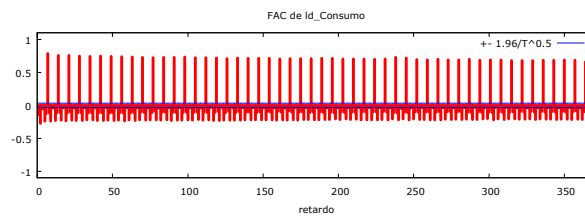
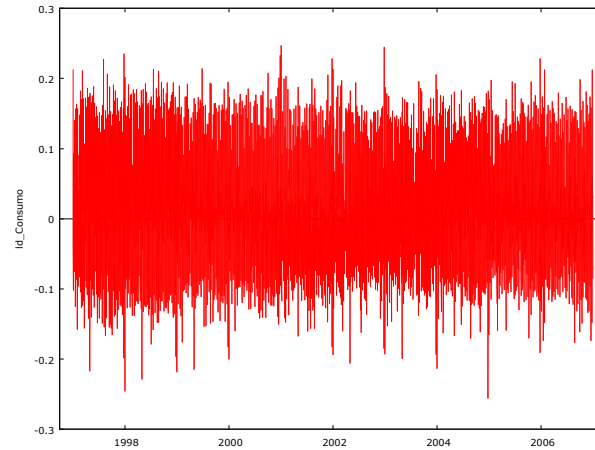
Estadísticos principales, usando las observaciones 97/01/01 - 06/09/30

para la variable logaritmoC (3560 observaciones válidas)

Media	Mediana	Mínimo	Máximo
9.95264	9.96164	9.55315	10.2398
Desv. típica.	C.V.	Asimetría	Exc. de curtosis
0.107856	0.0108369	-0.331137	0.0272471

(1-L) Logaritmo del Consumo de energía eléctrica de Uruguay

(Período 1/1/1997-31/12/2006)



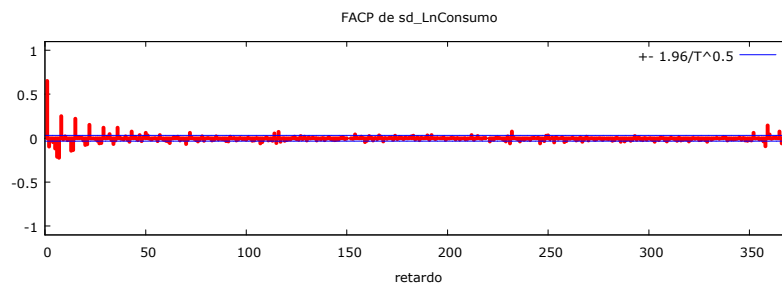
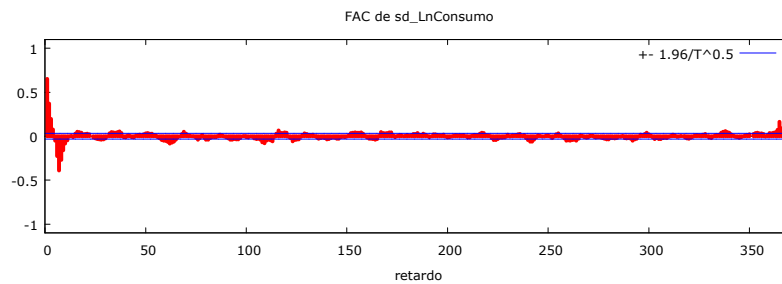
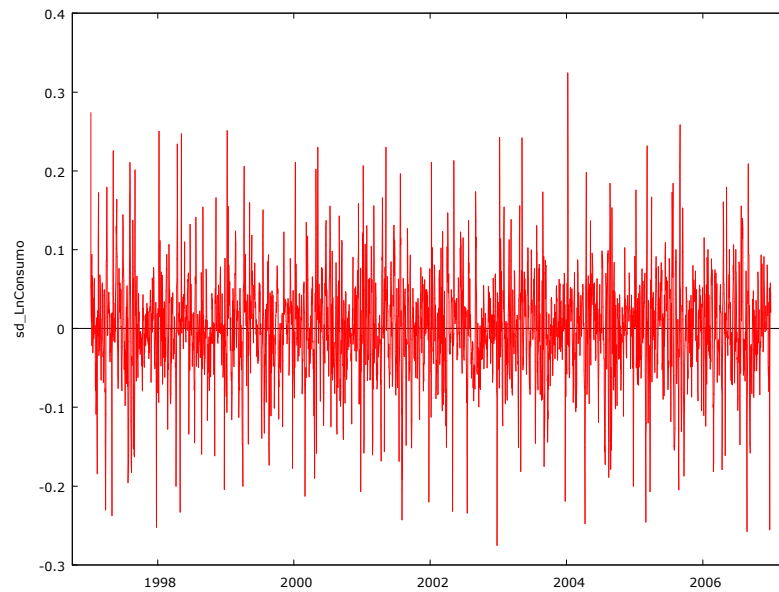
Estadísticos principales, usando las observaciones 97/01/01 - 06/09/30

para la variable $d_logaritmoC$ (3559 observaciones válidas)

Media	Mediana	Mínimo	Máximo
0.000115641	-0.000170670	-0.255551	0.246643
Desv. típica.	C.V.	Asimetría	Exc. de curtosis
0.0802528	693.985	0.485345	0.182503

(1-L⁷) Logaritmo del Consumo de energía eléctrica de Uruguay

(Período 1/1/1997-31/12/2006)



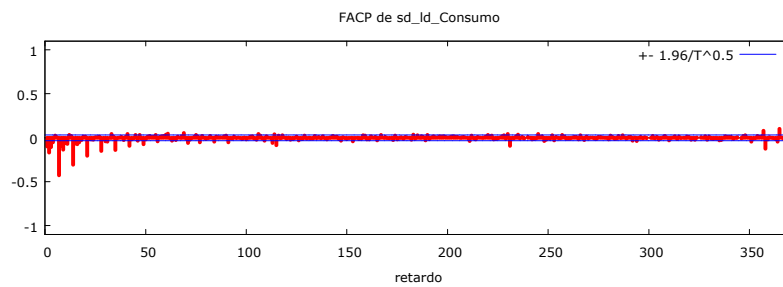
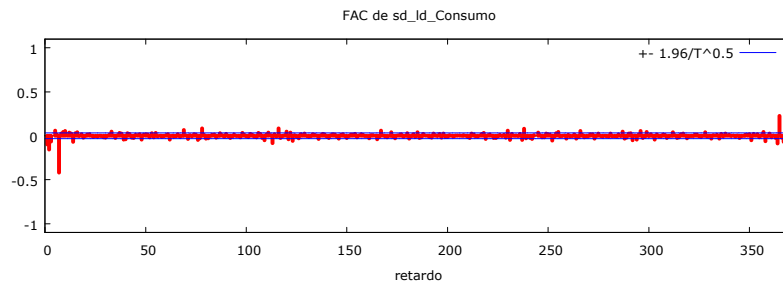
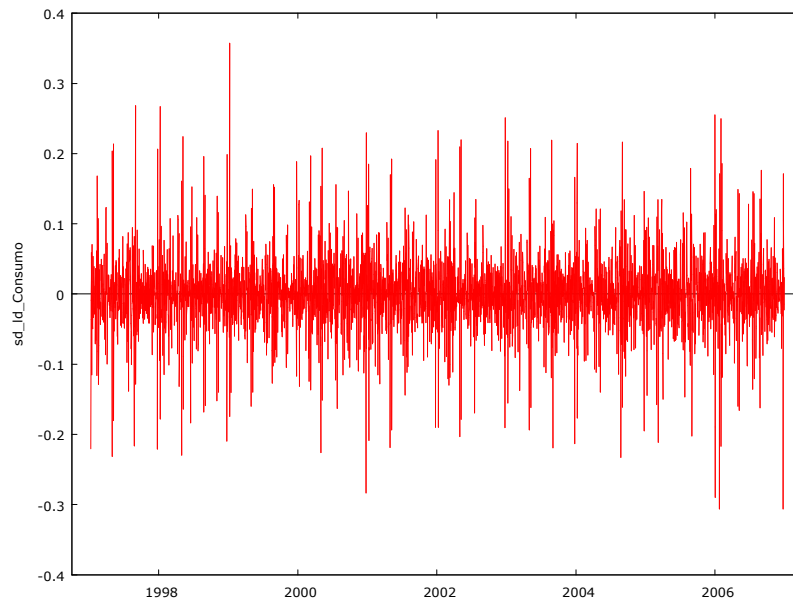
Estadísticos principales, usando las observaciones 97/01/01 - 06/12/31

para la variable sd_LnConsumo (3645 observaciones válidas)

Media	Mediana	Mínimo	Máximo
0.000520094	0.000917812	-0.275474	0.324119
Desv. típica.	C.V.	Asimetría	Exc. de curtosis
0.0611549	117.584	-0.0902375	2.37449

(1-L)(1-L⁷) Logaritmo del Consumo de energía eléctrica de Uruguay

(Período 1/1/1997-31/12/2006)

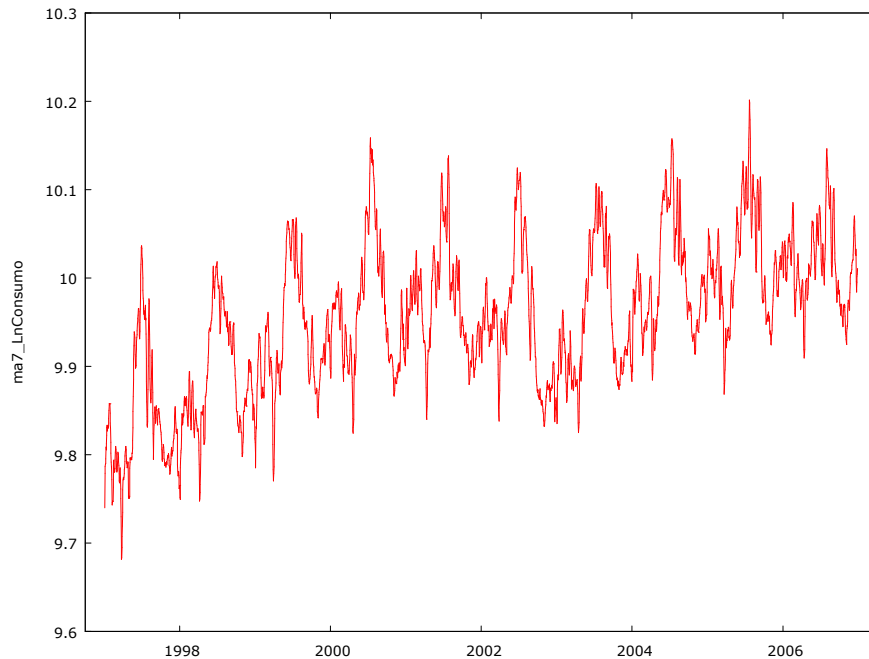


Estadísticos principales, usando las observaciones 97/01/01 - 06/09/30

para la variable sd_d_logaritm (3552 observaciones válidas)

Media	Mediana	Mínimo	Máximo
-8.16840e-005	0.000355948	-0.283621	0.357240
Desv. típica.	C.V.	Asimetría	Exc. de curtosis
0.0508172	622.120	0.0888399	4.96498

Gráfico de la serie Logaritmo del Consumo de energía eléctrica de Uruguay
(Período 1/1/1997-31/12/2006) suavizada con un filtro de medias móviles centradas
(tamaño 7)



Análisis de la información presentada

- *Del gráfico de lnConsumo y mas claramente de la serie filtrada con medias móviles centradas de amplitud 7 días: se observa que la serie sigue una tendencia creciente para todo el período, tal vez interrumpida por la crisis que se da en junio de 2002, pero inclusive después de atravesar por una de las crisis mas grandes de la historia de este país, apenas se observa un cambio en la tendencia, por lo que se desprende el carácter altamente inelástico del consumo de energía eléctrica con respecto al ingreso. De la inspección conjunta de la serie en niveles y su correlograma podemos concluir que ésta presenta una alta persistencia que se debe probablemente a una tendencia determinística o estocástica en el largo plazo.*

Otro aspecto que vale la pena mencionar es la regularidad del patrón estacional, que no parece cambiar en los 10 años analizados.

- *Del correlograma de la serie $\ln\text{Consumo}$* : se observa tanto un patrón estacional semanal como uno anual. El patrón estacional semanal es el resultado, principalmente, del descenso sistemático del consumo en los fines de semana y el patrón estacional anual está más relacionado con los cambios en la temperatura que se dan en las diferentes estaciones, así como también a los diferentes niveles de actividad observados en el año. Este comportamiento anual relacionado a la temperatura es similar al de otros países de clima templado, observándose altas correlaciones cada 365 lags y correlaciones algo menores cada 180 lags. Patrón esencialmente diferente al de aquellos países de clima cálido en donde el mayor consumo se da en verano, pero no decae tanto en las demás estaciones y en aquellos países de clima frío, en donde el consumo se acentúa aún más en la época más fría del año. Este comportamiento es explicado principalmente por el uso de electrodomésticos cuya función es calefaccionar el ambiente, éstos consumen considerablemente más energía eléctrica que aquellos que intentan refrigerarlo.
- *De los correlogramas de las series diferenciadas*: de la mera observación de los correlogramas de las series $(1-L)(1-L^7)\ln\text{Consumo}$ y $(1-L^7)\ln\text{Consumo}$ no se puede concluir con certeza el orden de diferenciación adecuado para la modelización ARIMA de la variable, pero debemos recordar que el polinomio $(1-L^7)$ tiene ya una raíz unitaria, por lo que existe la posibilidad de que sea suficiente la sola aplicación de este filtro.

5) Resultados

Los resultados que se presentarán a continuación fueron obtenidos con los siguientes programas:

Estimación del mejor modelo SARIMA: Gretl (mediante el filtro de Kalman).

Estimación del mejor modelo SARFIMA: Prolego (mediante la utilización de MCNL).

Predicción: en ambos casos se llevó a cabo la predicción con el programa Prolego, utilizando los parámetros del mejor modelo estimado.

Las estimaciones y predicciones fueron hechas en un PC con procesador Pentium IV de 1.8 GHZ y 512 MB de memoria RAM.

Las estimaciones de los modelos SARIMA tomaron en promedio 5:30 minutos y las estimaciones de los modelos SARFIMA 10 minutos.

Estimación del modelo SARIMA

Estimación SARMA(3,3)(1,1)₇ utilizando las 3552 observaciones 97/01/09-06/09/30

Estimado usando el filtro de Kalman (MV exacta)

Variable dependiente: $(1-L)(1-L^7)$ Consumo

<i>Variable</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Desv. típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>valor p</i>	
phi_1	0.860556	0.129349	6.6530	<0.00001	***
phi_2	0.543448	0.203338	2.6726	0.00753	***
phi_3	-0.452207	0.085094	-5.3142	<0.00001	***
Phi_7	0.125637	0.019457	6.4572	<0.00001	***
theta_1	-1.11345	0.124414	-8.9495	<0.00001	***
theta_2	-0.553621	0.225003	-2.4605	0.01387	**
theta_3	0.681887	0.108049	6.3109	<0.00001	***
Theta_7	-0.991019	0.00282987	-350.1994	<0.00001	***

Media de la var. dependiente = $-8.1684e-005$

Desviación típica de la var. dependiente. = 0.0508172

Media de las innovaciones = -0.00073337

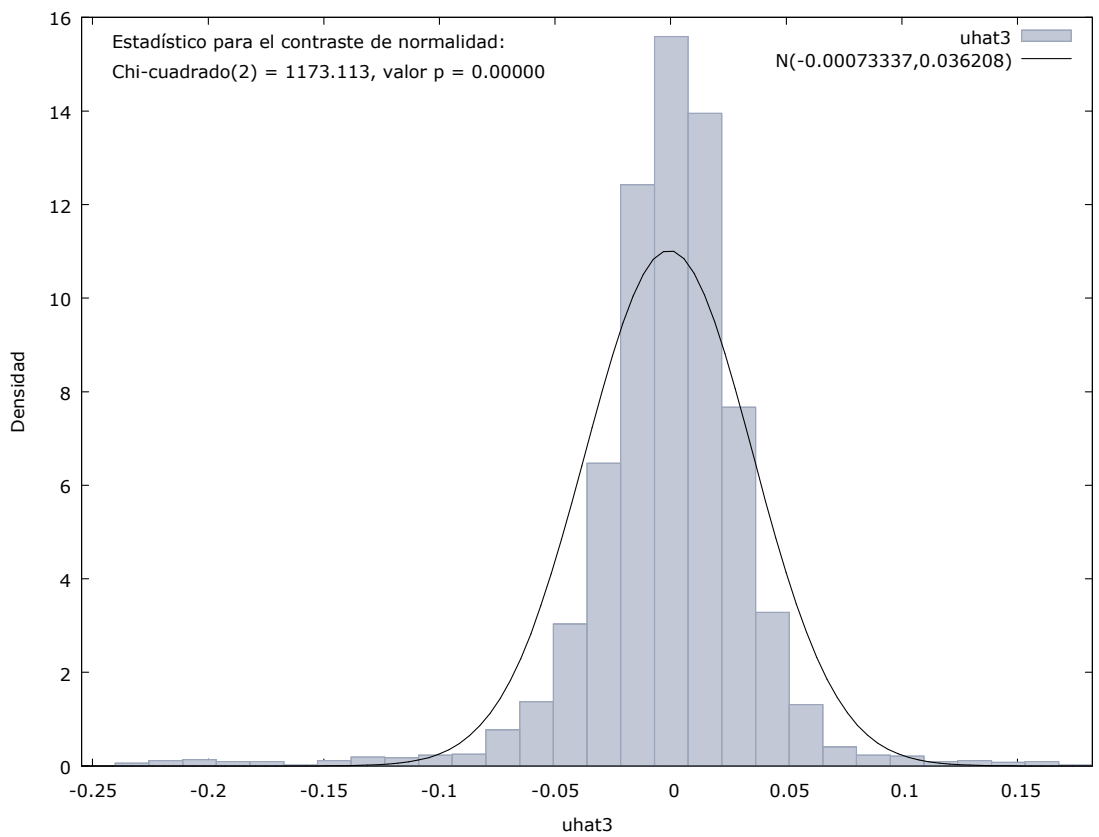
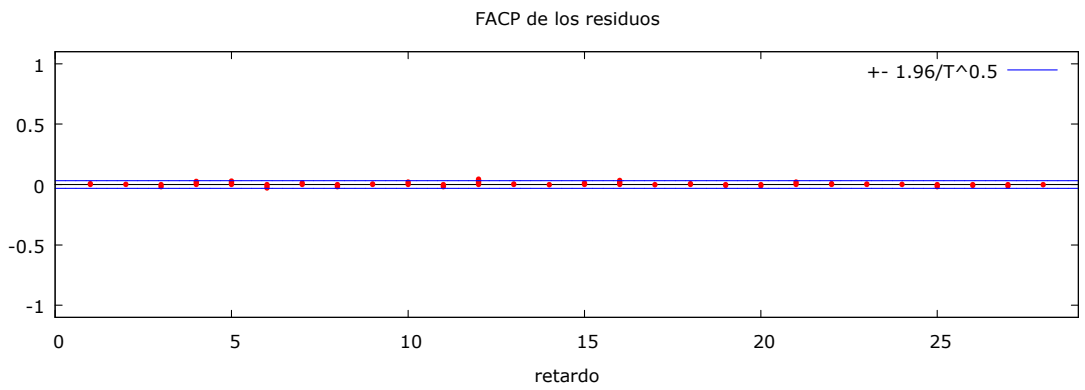
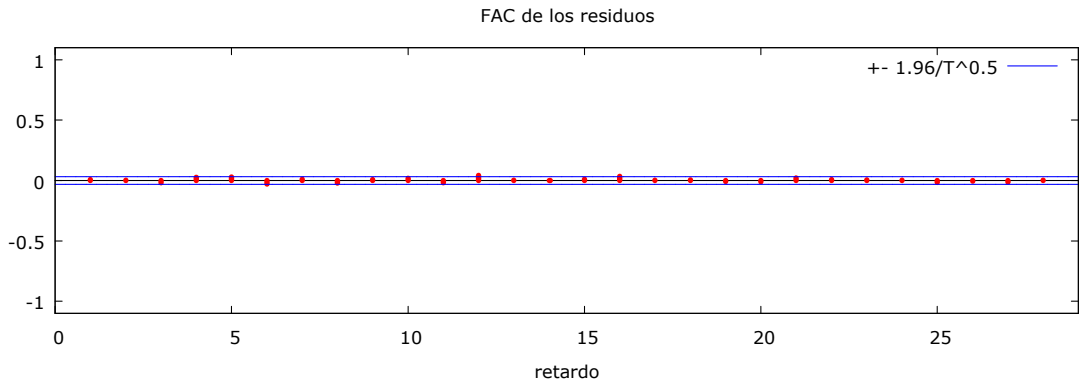
Scr = 4.57536672

Varianza de las innovaciones = 0.00128811

Log-verosimilitud = 6778.46308

Criterio de información de Akaike = -6.65486327

		<i>Real</i>	<i>Imaginaria</i>	<i>Módulo</i>	<i>Frecuencia</i>
AR					
	Raíz 1	1.4760	0.0000	1.4760	0.0000
	Raíz 2	1.0945	0.0000	1.0945	0.0000
	Raíz 3	-1.3688	0.0000	1.3688	0.5000
AR (estacional)					
	Raíz 1	7.9594	0.0000	7.9594	0.0000
MA					
	Raíz 1	1.0578	0.0781	1.0606	0.0117
	Raíz 2	1.0578	-0.0781	1.0606	-0.0117
	Raíz 3	-1.3036	0.0000	1.3036	0.5000
MA (estacional)					
	Raíz 1	1.0091	0.0000	1.0091	0.0000



Pruebas de hipótesis

Sobre estacionariedad e invertibilidad del proceso

En este caso el orden de algunos polinomios es superior a 2, lo que hace difícil probar la estacionariedad e invertibilidad del proceso a través del testeo expost sobre los parámetros del modelo. Lo que puede observarse en estos casos es que las raíces estimadas de los polinomios AR y MA son superiores, en módulo, a la unidad lo que indica que el proceso sería estacionario e invertible.

Las pruebas de hipótesis que pueden llevarse a cabo en este caso son acerca de las raíces AR y MA estacionales.

$$\begin{array}{ll} H_0) |\phi_7| = 1 & H_0) |\theta_7| = 1 \\ H_1) |\phi_7| < 1 & H_1) |\theta_7| < 1 \end{array}$$

Estas hipótesis se llevan a cabo mediante la construcción de intervalos al 95% de confianza. Ninguna de las dos hipótesis puede ser rechazada, aunque la segunda está muy cerca al valor que haría que el proceso fuera no invertible.

Sobre las perturbaciones

- *Prueba de normalidad*

Para la realización de esta prueba se utiliza el estadístico de Doornik-Hansen

El valor del estadístico se presenta en el histograma de los errores y se desprende de allí que se rechaza la hipótesis nula de que las perturbaciones siguen una distribución normal.

Este resultado sin embargo, no debe ser tomado como concluyente, ya que se observa que los errores mantienen la forma de una densidad normal y probablemente otra sería la conclusión si se hubiera realizado análisis de intervención, ya que este test es sensible a la presencia de outliers.

- *Prueba de incorrelación serial*

Para probar la incorrelación de los residuos se utilizó el estadístico de Box-Pierce.

$$H_0) \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \rho_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q = T \sum_{i=1}^M \widehat{\rho}_i^2 \sim \chi^2_{M-k}$$

$$H_1) \text{algún } \rho_i \neq 0$$

donde k es la cantidad de parámetros del modelo.

El valor crítico para esta prueba es $\chi^2_{28-8}(0.95) = 31.41$ y el valor del estadístico en la muestra es

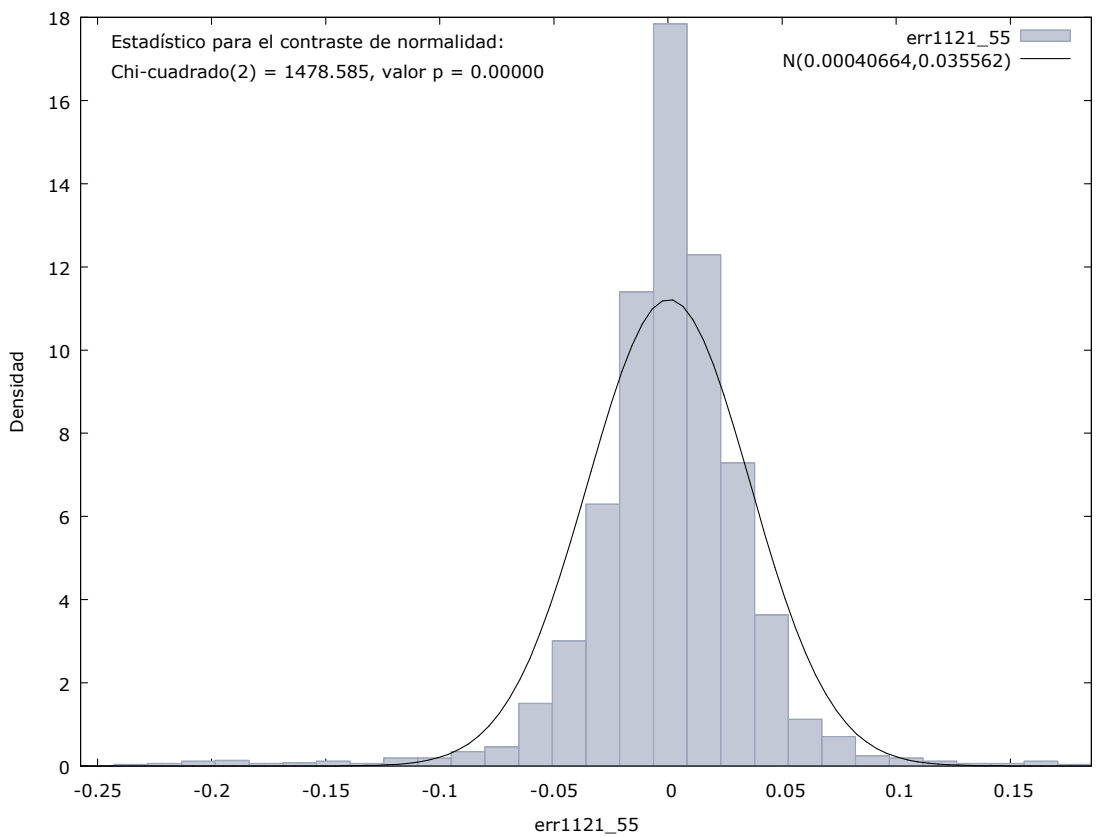
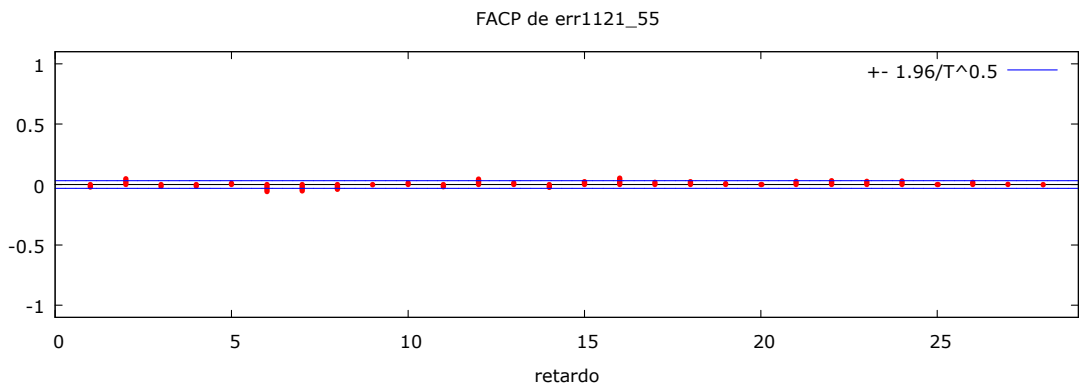
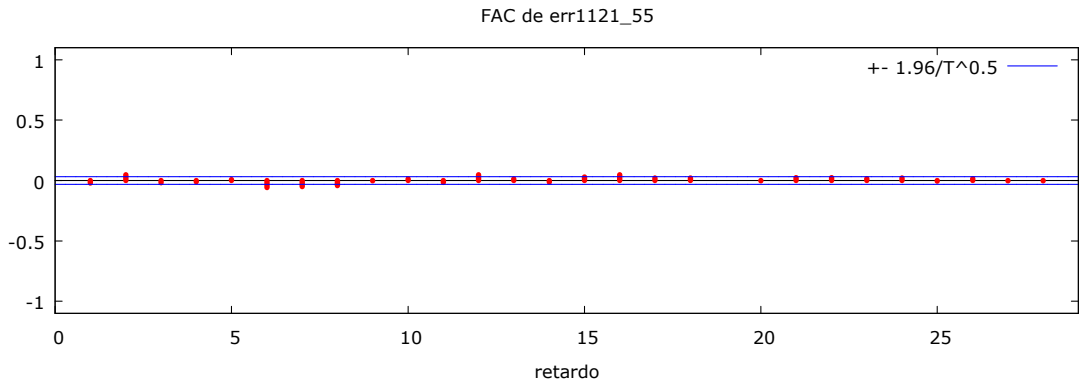
30.77, por lo que no se rechaza la hipótesis nula con un 95% de confianza con M=28 y k=8.

Estimación del modelo SARFIMA

Modelo SARFIMA estimado					
N=3384		Variable dependiente: $(1-L^7)\text{LnConsumo}$			
Estimaciones SARFIMA(1,2)(1,1) utilizando las 3552 observaciones 97/01/09-06/09/30					
Variable	Coefficiente	desv est	estadístico t	P-valor	Vza
m_2	0.48337272	0.07192483	6.720526639	1.82081E-11	0.00517318
g_2	-0.33233353	0.06815976	-4.875802841	1.08518E-06	0.00464575
ϕ_1	0.71261128	0.28114415	2.534682912	0.011254958	0.07904204
Φ_7	0.38114386	0.08399658	4.537611719	5.69497E-06	0.00705543
θ_1	-0.42660776	0.3276879	-1.301872147	0.192960225	0.10737936
θ_2	-0.20305019	0.08467067	-2.39811724	0.016479575	0.00716912
Θ_7	-0.82624674	0.04096246	-20.1708257	0.000000000	0.00167792

Media de las innov. est.	0.000406	Media de la var. dependiente	-8.168e-005
Suma de cuadrados residuales	4.50153000	Desviación típica de la var. dependiente	0.0508172
Varianza de las innovaciones est.	0.00133024	Criterio de inform. de Akaike ³	-6.6714136
Log-verosimilitud	6317.38142		

³ el cálculo del AIC en ambos casos fue calculado a partir de la fórmula $AIC = \ln\left(\frac{e'e}{T}\right) + \frac{K}{T}$



Pruebas de hipótesis

Sobre estacionariedad e invertibilidad del proceso

- *Estacionariedad e invertibilidad asociada a los parámetros m_2 y g_2 :*

$$H_0) |m_2 + g_2| < \frac{1}{2}$$

$$H_1) |m_2 + g_2| \geq \frac{1}{2}$$

$$H_0) |g_2| < \frac{1}{2}$$

$$H_1) |g_2| \geq \frac{1}{2}$$

Para ello se realizó un intervalo de confianza para $m_2 + g_2$ y para g_2 al 95% de confianza. Del análisis de estos intervalos se concluye que no se pueden rechazar ninguna de las 2 hipótesis, por lo que el proceso en cuestión (Δ_7 Ln Consumo) sería estacionario e invertible.

ic para m_2+g_2			ic para g_2		
m_2+g_2 est	límite inf	límite sup	g_2 est	límite inf	límite sup
0.151039186	-4.20E-02	3.44E-01	-0.332333533	-0.46592665	-0.198740416

- *Estacionariedad e invertibilidad asociada a las raíces de los polinomios AR y MA.*

Es contrastada mediante pruebas de hipótesis que verifican que las raíces de los polinomios MA y SMA son mayores que la unidad en módulo.

$$H_0) |\phi_1| < 1 \quad H_0) |\phi_7| < 1 \quad H_0) |\theta_7| < 1 \quad H_0) |\theta_2| < 1$$

$$H_1) |\phi_1| \geq 1 \quad H_1) |\phi_7| \geq 1 \quad H_1) |\theta_7| \geq 1 \quad H_1) |\theta_2| \geq 1$$

$$H_0) \theta_2 + \theta_1 < 1 \quad H_0) \theta_2 - \theta_1 < 1$$

$$H_1) \theta_2 + \theta_1 \geq 1 \quad H_1) \theta_2 - \theta_1 \geq 1$$

Todas estas hipótesis se probaron con los siguientes intervalos de confianza

ic para phi_1			ic para Theta_7		
phi_1 est	límite inf	límite sup	Theta_7 est	límite inf	límite sup
0.712611284	0.16156874	1.263653827	-0.826246735	-0.90653317	-0.745960305

ic para theta_1			ic para phi_7		
theta_1 est	límite inf	límite sup	Phi_7 est	límite inf	límite sup
-0.426607756	-1.06887605	0.215660537	0.381143864	0.21651057	0.54577716

ic para theta_2		
theta_2 est	límite inf	límite sup
-0.203050191	-0.3690047	-0.03709568

ic para theta_2 -theta_1			ic para theta_2+theta_1		
theta_2 -theta_1 est	límite inf	límite sup	theta_2+theta_1 est	límite inf	límite sup
0.223557565	-4.41E-01	8.88E-01	-0.629657947	-1.3E+00	3.28E-02

La única hipótesis que no se puede rechazar es la que involucra a phi_1, por lo que no se puede afirmar, con un 95% de confianza que el proceso sea estacionario porque podría contener una raíz unitaria en el polinomio AR regular.

En lo que respecta a las raíces de los restantes polinomios, no se puede rechazar con el mismo nivel de confianza que no contienen raíces unitarias.

Sobre las perturbaciones

- *Prueba de normalidad*

Las conclusiones sobre la normalidad de las perturbaciones son idénticas a las obtenidas en el caso de los errores obtenidos del modelo SARIMA.

- *Prueba de incorrelación serial*

$$H_0) \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \rho_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q = T \sum_{i=1}^M \widehat{\rho}_i^2 \sim \chi^2_{M-k}$$

$H_1) \text{algún } \rho_i \neq 0$

El valor crítico para esta prueba es $\chi^2_{28-7}^{2(0.95)} = 32.67$ y el valor del estadístico en la muestra es 72.065 por lo que se rechaza la hipótesis nula con $M=28$ y $k=7$.

Si bien se rechaza la hipótesis de incorrelación serial de las perturbaciones, puede apreciarse en el correlograma que el valor de las correlaciones no es muy elevado (raras veces supera el 4%).

Debe acotarse que el modelo anterior cuenta con la ventaja de que las correlaciones de los primeros lags fueron “espuriamente” disminuidas dado que el modelo está sobrediferenciado y la aplicación de la doble diferenciación (regular y estacional) elimina ciertos componentes del proceso.

Predicción

Para comparar el poder predictivo de ambas modelizaciones se calcularon los MAE's y los MAPE's de ambos modelos para el período 1/10/2006 a 31/12/2006 y las predicciones fueron hechas hasta h=28.

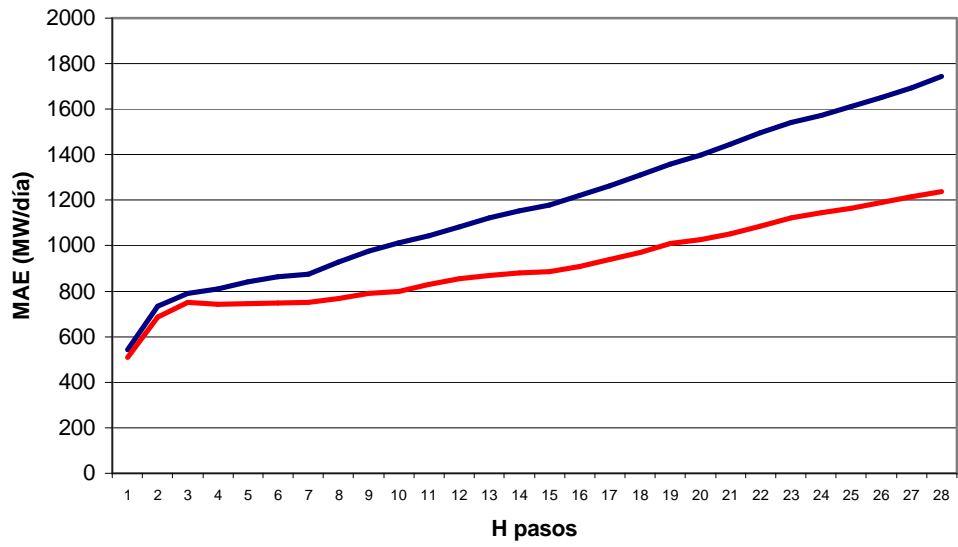
$$MAE_h = \frac{\sum_{i=1}^n (|Y_t - \widehat{Y}_{t/h}|)}{n}$$

$$MAPE_h = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(|Y_t - \widehat{Y}_{t/h}|)}{|Y_t|}}{n}$$

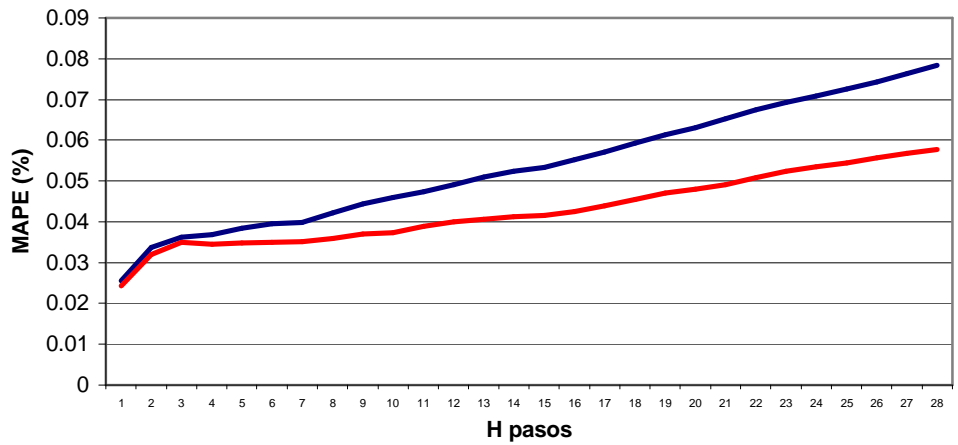
$\widehat{Y}_{t/h}$ significa la predicción para el período t hecha con información disponible hasta h días antes.

Los resultados siguientes pertenecen en rojo al indicador del mejor modelo SARFIMA y en azul al mejor modelo SARIMA:

Comparación MAE's



Comparación Mape's



6) Conclusiones

Luego de analizar los resultados se desprenden dos tipos de conclusiones:

Desde el punto de vista de la correcta diferenciación de la serie y desde el punto de vista de la bondad de predicción.

A) Desde el punto de vista de la correcta especificación

En el capítulo concerniente a las características de los modelos SARFIMA, se hace referencia a las características que un proceso debe poseer para que sea estacionario e invertible. Luego la sección referida a la estimación, menciona que debemos suponer que la perturbación siga una distribución normal para poder estimar los parámetros por el método de mínimos cuadrados y que las propiedades de los mismos coincidan con las de los estimadores máximo verosímiles. Para suponer este tipo de distribuciones es necesario que estemos trabajando con series estacionarias, es por este motivo que se hace tan importante la identificación de los parámetros m_1 y g_1 en una primera etapa, para que después no surjan problemas en el momento de la validación del modelo.

Si bien es importante no trabajar con series poco diferenciadas que tienen la consecuencia mencionada anteriormente, también es muy importante no trabajar con series sobrediferenciadas, ya que la sobrediferenciación tiene consecuencias sobre la varianza del proceso y en última instancia sobre los intervalos de confianza de los estimadores como de los valores predichos de la variable dependiente.

En definitiva debemos analizar cuales son los valores de los parámetros d y D para clasificar correctamente el proceso que generó la serie \ln Consumo.

Del análisis precedente surge que $\hat{d} = m_1 + \hat{m}_2 = 0 + 0.48337272 = 0.48337272$

$\hat{D} = g_1 + \hat{g}_2 = 1 - 0.33233353 = 0.66766647$. Tanto el valor de m_1 como el de g_1 no llevan “gorro”

porque no fueron estimados, sino seleccionados de manera que la serie cumpla con las características requeridas.

De lo anterior se desprende que el proceso en cuestión puede ser catalogado como de memoria larga que no retorna a la media y tiene memoria infinita.

A su vez fue demostrado que los parámetros m_2 y g_2 son diferentes a cero, lo que prueba que el correcto tratamiento de este proceso debe hacerse tomando en cuenta la existencia de raíces fraccionales. También se observa que el modelo que permite la diferenciación fraccional es más parsimonioso que el mejor modelo SARIMA, lo que es un buen indicador de la relevancia de este tratamiento de las series.

B) Desde el punto de vista de la bondad de predicción

Tal como se observa en las gráficas de MAE y de MAPE expuestas en el capítulo resultados, no solamente las predicciones hechas con modelos SARFIMA presentan menores errores absolutos y porcentuales, sino que estos errores son menores en términos relativos (SARFIMA con respecto a SARIMA), a medida que aumenta el paso (h); lo que debe verse como una consecuencia de no eliminar la información contenida en las frecuencias bajas, asociadas al largo plazo que generalmente son eliminadas para que el correlograma represente lo que usualmente identificamos como perteneciente a una serie estacionaria.

Es útil en este punto citar a los precursores de este tipo de modelización. Dicen Granger y Joyeux[13]...”modelos que permiten d fraccionales, no necesariamente presentan mejores predicciones de corto plazo, pero pueden presentar mejores predicciones a largo plazo, donde la modelización de la información contenida en las frecuencias bajas es vital”.

Es por esto que las predicciones de corto plazo son similares en los dos modelos, pero conforme nos alejamos del último valor conocido, la calidad de las predicciones que surgen del modelo SARFIMA mejora en relación a las del modelo SARIMA.

7) Consideraciones

Acerca del orden de diferenciación:

En la modelización SARIMA: La elección de d y D es hecha en base a los correlogramas y al criterio de tomar aquella diferenciación de la serie que presente menor desvío estándar. Tanto el test ADF como HEGY concluyen que $d=D=0$, lo que puede significar 2 cosas: 1° los referidos test tienen poca potencia si los procesos que estudian presentan raíces fraccionales (particularmente cerca de los límites que marcan la región estacionaria), o la serie presenta una tendencia determinística, característica que no se puso a prueba.

En la modelización SARFIMA: la elección de m_1 y g_1 fue realizada en base a la validación. Es decir se probó con diferentes valores de m_1 y g_1 hasta que se llegó a validar el modelo elegido, (con $m_1=0$ y $g_1=1$) mediante el modelo que obtuviera el vector de error con las menores autocorrelaciones posibles y los valores de m_2 y g_2 que hicieran que el proceso fuera estacionario e invertible.

Acerca del algoritmo utilizado:

Nada asegura de que se haya llegado al mínimo global de la función scr , este algoritmo solamente asegura haber llegado a un mínimo. Como forma de disminuir la probabilidad de elegir un valor de $\hat{\beta}$ que diera un mínimo local de la función objetivo se dejó que el algoritmo se inicializara un mínimo de 100 veces y luego se inspeccionó el archivo de resultados en busca de la menor scr .

El algoritmo puede ser realizado de manera más eficiente, como por ejemplo mediante una mejor elección de β inicial y mejor elección de la magnitud del salto, que se adecue a la diferencia de scr entre una iteración y otra.

Acerca de la modelización elegida:

No elimina totalmente las autocorrelaciones de los primeros 28 lags. Se puede argumentar en este punto que el método de estimación no presenta recursos como el backcast de los términos MA. Este recurso podría mejorar sensiblemente los valores de las autocorrelaciones.

Se rechaza la hipótesis de normalidad de las perturbaciones. Este hecho puede deberse a que en este trabajo no se consideró el análisis de intervención de la serie, lo que hace que existan varios errores negativos que influyen el estadístico de simetría de la serie. En un posterior trabajo se podrían considerar además del análisis de intervención, la incorporación de variables explicativas fuertemente exógenas como las climáticas (temperatura principalmente).

Y por último, en este trabajo no se permite la posibilidad de ocurrencia de un cambio estructural, como el que puede haber ocurrido en junio de 2002.

Bibliografía

1. AL-SHAKARCHI, M. R. G.; GHULAIM, M. M. 2000. Short-Term Load Forecasting for Baghdad Electricity Region. *Electric Machines and Power Systems*. 28, 355–371.
2. ARRILLAGA, P, ROSAS F. SIBILLE, M. 2002. Estimación de curvas de carga para subestaciones de UTE por área de distribución tipo. Monografía para la obtención del título de Lic. En Economía. Univ. de la República. Uru. 126 p.
3. BAILLIE, RICHARD.1996. Long memory processes and fractional integration in econometrics”. *Journal of Econometrics* .73. 5-59.
4. BISOGNIN, CLEBER. 2003. Estimación e previsão em processos com longa dependência sazonais. Tesis de Maest. en Matemática. Universidad Federal de Río Grande del Sur, Bra. 132 p.
5. BISOGNIN, CLEBER; LOPES, REGINA. 2007. Estimating and forecasting the long-memory parameter in the presence of periodicity. *Journal of Forecasting*. 26 no publicado.
6. BOND, D; HARRISON, M.J; O’BRIEN, E.J. 2005. Testing for Long Memory and Nonlinear Time Series: A Demand for Money Study. *Economic Papers tep20021*, Trinity College Dublin, Department of Economics.
7. BRIETZKE; LOPES; BISOGNIN. 2005. A closed formula for the Durbin-Levinson’s algorithm in seasonal fractionally integrated processes. *Mathematical and Computer Modelling*. 42. 1191-1206.
8. CANCELO, JOSE R.; ESPASA, ANTONI. 1993. Modelling and forecasting daily series of electricity demand. *Investigaciones económicas*. Vol. XX (3) 359-376.
9. CHAN, N. H., PALMA, W. 2006. Estimation of long-memory time series: A survey of likelihood-based methods.www.bus.lsu.edu/economics/faculty/chill/personal/aie/chan.pdf

10. CHUNG, CHING-FAN. 1996. Estimating a generalized long memory process. *Journal of Econometrics*. 73 237-259.
11. Edison Electric Institute. 2006. Key facts about the electric power industry.
www.eei.org/industry_issues/industry_overview_and_statistics/nonav_key_facts/index.htm
12. GRANGER, CLIVE; JOYEUX, ROSELYNE. 1980. An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of time series analysis*. 1 1980,15-29.
13. GUÉGAN, DOMINIQUE. 2004. The use of special day information in a demand forecasting model for Nordic power market. Independent research projects in applied mathematics, Systems Analysis Laboratory, Helsinki University of Technology. www.sal.tkk.fi/Opinnot/Mat-2.108/pdf-files/elau04a.pdf
14. GREENE, WILLIAM H. “ANALISIS ECONOMETRICO”. Tercera edición. Madrid: Prentice Hall, 1999. 913 p.
15. GUTIÉRREZ MOYA, ESTER. 2003. La demanda residencial de energía eléctrica en la Comunidad Autónoma de Andalucía: un análisis cuantitativo. Tesis Dr. en Economía. Universidad de Sevilla, Es. 448 p.
16. HENLEY, ANDREW; PEIRSON, JOHN. 1997. Non-Linearities in Electricity Demand and Temperature: Parametric Versus Non-Parametric Methods. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 59 (1):149-162
17. International Conference.2004. Modelling and forecasting electricity loads: a comparison. Lodz, Pol.WERON, RAFAL; MISIOREK ADAM. 2004. Modelling and forecasting electricity loads: a comparison. International Conference, The European Electricity Market 2004”. Lodz, Polonia. p.135-142.
18. Jornadas Anuales de Economía del BCU .2006.Montevideo, Uru. La memoria larga y la cointegración fraccional en las series temporales: una aplicación a la paridad de los poderes de compra en los países del cono sur.

19. KATAYAMA, NAOYA.2004. Seasonally and Fractionally Differenced Time Series.
Discussion paper series, no 11. Hitotsubashi Research unit. Hitotsubashi University. 30 p.
20. LE COMTE, D. M., AND WARREN H., 1981: Modelling the impact of summer temperatures on national electricity consumption. *Journal of Applied Meteorology*, 20, 1415-1419
21. MILLER K.S., ROSS B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations Publisher: John Wiley & Sons; 1 edition, 1993. 384 p.
22. MCCARTHY, JOSEPH, DISARIO, ROBERT, SARA OGLU, HAKAN. 2003.A recursive algorithm for fractionally differencing long data series. *Journal of Modern Applied Statistical Methods* 2 (1)272-278.
23. OCKER, DIRK. 1999. Stationary and non stationary FARIMA Models- model choice, forecasting, aggregation and intervention. Tesis Doctoral Universidad de Konstanz, Alemania. 166 p.
24. PARKE, WILLIAM. 1999. What is fractional integration??. Department of economics. University of North Carolina, Chapel Hill. Working paper no. 99-01.
25. PÉREZ ESPARTERO, ANA. 1999. Modelos con memoria larga para la media : procesos ARFIMA. Serie documentos de trabajo. no 1 Dpto. Economía Aplicada (Estadística y Econometría) Universidad de Valladolid.
26. REISEN, VALDERIO. ARFIMA: O modelo ARIMA para d fracionário. CNPq, ABE, 1995. 80 p.
27. REISEN, VALDERIO; RODRÍGUEZ, ALEXANDRE; PALMA, WILFREDO. 2006. Estimation of seasonal fractionally integrated processes. *Computational Statistics & Data Analysis* 50(2):568-582

28. RUBIA, ANTONIO. 2001. Testing for seasonal unit roots in daily electricity demand: evidence from deregulated markets. Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Working papers serie EC no. WP-2001-21. 28p.
29. SOARES, LACIR JORGE; ROCHA SOUZA, LEONARDO. 2003. Forecasting Electricity Load Demand: Analysis of the 2001 Rationing Period in Brazil. Economics Working Papers (Ensaio Económico, 486)
30. SOARES, LACIR JORGE; ROCHA SOUZA, LEONARDO. 2006. Forecasting Electricity Demand Using Generalized Long Memory. International Journal of Forecasting 22 (1):17-28.
31. SPREMOLLA, ALESSANDRA. 2001. PERSISTENCIA EN EL DESEMPLEO DE URUGUAY. Cuad. econ., vol.38, no.113, p.73-89. ISSN 0717-6821
32. TAYLOR, JAMES W., DE MENEZES, LILIAN M.; MCSHARRY, PATRICK E. 2006. A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. International Journal of Forecasting. 22 p. 1-16.
33. TAYLOR, LESTER D. 1979. Time-of-Day and Seasonal Demand for Electric Power. Growth and Change. 10 (1): 6 p.
34. URIEL, EZEQUIEL. 1985. Análisis de series temporales, Modelos Arima. Madrid. Paraninfo. 270 p.