

Distribución de pérdidas de la cartera de créditos: el método unifactorial de Basilea II vs. estimaciones no paramétricas

**Analía Rodríguez Dupuy
2007**

Resumen

El objetivo del trabajo es analizar el método propuesto en el nuevo acuerdo de Basilea (Basilea II) para calcular el requerimiento de capital por riesgo de crédito: el método de calificaciones internas (IRB). Se profundizará en el análisis de la fórmula de cálculo de las ponderaciones de riesgo, su derivación y los supuestos principales detrás de la misma. A su vez, se procederá a estimar la distribución de pérdidas de la cartera de préstamos del sistema bancario uruguayo, para el periodo 1999-2006, mediante la técnica no paramétrica *bootstrap*. La principal ventaja de este método es que no se requiere realizar hipótesis sobre la forma que adopta la distribución a estimar. Por último, se comparan los resultados que surgirían de aplicar el método IRB con los que surgen de la estimación no paramétrica, como una primera aproximación a lo que sería la aplicación de dicho método de cálculo en el sistema financiero uruguayo

Abstract

This paper analyzes the measurement of credit risk capital requirements under the new Basel Accord (Basel II): the Internal Rating Based approach (IRB). It focuses in the analytical formula for its calculation, since its derivation to the main assumptions behind it. We also estimate the credit loss distribution for the Uruguayan portfolio in the period 1999-2006, using a non parametric technique, the bootstrap. Its main advantage is that we don't need to make any assumptions about the form of the distribution. Finally, we compare the requirements obtained using the IRB with the estimated ones, as an approximation of the application of the IRB in the Uruguayan financial system.

Índice

I. Introducción	3
II. El método IRB de Basilea II.....	7
1. Fundamentos del método IRB.....	8
2. La función de ponderaciones de riesgo	9
3. Los principales supuestos detrás del cálculo	15
3.1 Los supuestos principales	15
3.2 Los coeficientes de correlación.....	16
3.3 Pérdida en caso de incumplimiento	17
3.4 El nivel de significación	18
III. Estimación no paramétrica de la distribución de pérdidas del portafolio bancario y contrastación con IRB.....	19
1. Metodología y datos	19
1.1 Estimación no paramétrica.....	19
1.2 Datos.....	20
2. Resultados.....	22
2.1 Cartera <i>corporate</i>	22
2.2 Cartera <i>retail</i> (familias).....	30
IV. Conclusiones y comentarios finales.....	33
Anexo A – Propiedades de la distribución de pérdidas del portafolio.....	35
Anexo B - Distribuciones estimadas para el portafolio <i>corporate</i>	43
Anexo C – Distribuciones estimadas para el portafolio unipersonales (microfinanzas).....	46
Anexo D – Distribuciones estimadas para el portafolio <i>retail</i> (familias).....	49
Referencias.....	52

Distribución de pérdidas de la cartera de créditos: el método unifactorial de Basilea II vs. estimaciones no paramétricas

I. Introducción

Las instituciones financieras, y en particular los bancos, están expuestos a diferentes riesgos inherentes a la naturaleza de su actividad. Tomando la definición más sencilla de lo que es un banco, podemos definirlo como *una institución cuyas operaciones habituales consisten en conceder préstamos y recibir depósitos del público*. En esta simple definición puede observarse que el riesgo puede derivar ya sea de la contraparte o también del descalce que surge de la transformación de activos que los bancos realizan. Es así que los principales riesgos pueden resumirse en: riesgo de crédito, de mercado, liquidez y operacional. Este trabajo se centrará en el análisis del riesgo de crédito, el cual se deriva de la posibilidad de que el deudor no cumpla con sus obligaciones crediticias. Se hace imprescindible requerir a los bancos un capital mínimo que permita cubrir eventuales pérdidas por este tipo de riesgo, lo cual implica contar con un sistema que permita medir adecuadamente el mismo.

En 1988, el Comité de Basilea propuso recomendaciones en materia de regulación bancaria (Acuerdo Basilea I), las cuales fueron adoptadas por la mayor parte de los reguladores del mundo, y consideradas como “buenas prácticas”. Este primer acuerdo representó un primer paso hacia el requerimiento de capital basado en el riesgo de crédito, donde se proponían diferentes ponderaciones fijas de acuerdo al riesgo asociado a cada exposición¹. Los distintos grupos de exposiciones se determinaban en una forma simple, y no permitían una medición realista del riesgo de crédito del banco. Por ejemplo, todos los deudores del sector no financiero tenían la misma ponderación, cuando no todos representan el mismo riesgo. El sistema financiero fue cambiando significativamente desde este primer acuerdo.

¹El capital mínimo requerido según el acuerdo Basilea I se calcula como:

Capital Regulatorio = Ponderación de Riesgo x Exposición x 8% = Activos Ponderados por Riesgo x 8%

En 1996, el acuerdo incorpora una enmienda que exige capital para cubrir el riesgo de mercado, definido este último como *“la posibilidad de sufrir pérdidas en posiciones dentro y fuera de balance a raíz de oscilaciones en los precios de mercado”*². Se permite la medición del capital mínimo correspondiente a este riesgo mediante dos sistemas alternativos: un sistema estándar (que había sido propuesto en 1993) y modelos internos (VaR). A pesar de este innovador avance, las limitaciones del acuerdo de 1988 hacen necesaria una adecuación del mismo, la cual se pretende realizar en el nuevo acuerdo de Basilea (Basilea II). El objetivo principal es que los requerimientos de capital sean más sensibles al riesgo, promoviendo también la utilización de modelos internos para la medición del mismo. Este acuerdo describe el proceso de supervisión mediante tres pilares fundamentales:

1. Requerimientos mínimos de capital regulatorio
2. Supervisión de la adecuación del capital
3. Información al mercado

En cuanto a los requerimientos mínimos de capital, en el acuerdo de 1988 se optaba por un enfoque estándar para el riesgo de crédito, donde se ponderaban distintos riesgos de acuerdo al tipo de deudor que se tratara. En el nuevo acuerdo, se incorporan importantes cambios en este primer pilar, introduciendo requerimientos por riesgo operacional y modificando sensiblemente lo relacionado a la medición del riesgo de crédito. Si bien el coeficiente de solvencia es el mismo (8%), cambia la forma de medir los requerimientos de capital para los distintos riesgos. Los otros dos pilares son nuevos; el Pilar 2 refiere al proceso de supervisión, el cual deberá asegurar no sólo que los bancos cuenten con un mínimo de capital para soportar sus riesgos, sino que también deberá promover el desarrollo de sistemas adecuados para la medición de los mismos. El acuerdo identifica cuatro principios básicos del proceso de supervisión. En primer lugar, el banco debe contar con un sistema que permita medir la adecuación del capital al perfil de riesgo. Además, el supervisor debe revisar y evaluar la adecuación del capital del banco, así como sus estrategias de seguimiento y monitoreo del cumplimiento normativo. El tercer y cuarto principio refiere a la exigencia de un capital por encima del mínimo regulatorio, y a la intervención temprana por parte del supervisor para evitar que el mismo caiga por debajo de dichos mínimos exigidos. El Pilar 3 pretende promover un mercado competitivo y transparente, lo cual refuerza los dos pilares anteriores. Estos tres pilares funcionan en forma conjunta, no es posible apoyarse en sólo uno de ellos, sino que siempre deben tenerse presentes los tres aspectos.

Este trabajo se centrará en el análisis del primer pilar, y dentro del mismo en los requerimientos por riesgo de crédito. En relación a estos últimos, el nuevo acuerdo ha modificado la definición de los activos ponderados por su nivel de riesgo: *‘lo que se intenta con los nuevos métodos para calcular los activos ponderados por su nivel de riesgo es mejorar las evaluaciones que realizan los bancos sobre riesgos, de modo que*

² Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2005)

los coeficientes de capital resultantes sean mas significativos³. Una de las principales ventajas de este acuerdo es el incentivo que se genera al desarrollo de prácticas de gestión de riesgos más sofisticadas por parte de las instituciones financieras. Para determinar el riesgo de crédito, Basilea II incorpora la posibilidad de optar entre dos métodos para calcularlo: método estándar y método de calificaciones internas IRB⁴ (básico o avanzado). En el primero, el cual ya estaba contenido en el acuerdo anterior y fue modificado sensiblemente, los bancos deben clasificar sus exposiciones al riesgo de crédito en categorías supervisoras en función de las características observables de dichas exposiciones (préstamos a empresas, préstamos hipotecarios, etc.). Se establecen ponderaciones de riesgo fijas que corresponden a cada categoría y se utilizan las calificaciones externas para diferenciar las ponderaciones. El método IRB, por su parte, descansa en cálculos internos de las instituciones para medir el riesgo de crédito. Las exigencias de capital se determinan combinando datos cuantitativos proporcionados por los bancos con fórmulas especificadas por el Comité de Basilea. En Uruguay, la normativa vigente se asemeja al método estándar. Así se detalla en el Artículo 14.1 de la Recopilación de Normas de Regulación y Control del Sistema Financiero (RNRCFSF), donde se establece que “el requerimiento de capital por riesgo de crédito es equivalente al 8% de los activos y contingencias deudoras ponderados por riesgo de crédito”. Las ponderaciones para cada categoría oscilan entre 0% y 125%.

La motivación del análisis es servir de una primera aproximación a lo que sería la aplicación del IRB básico en el sistema financiero uruguayo, dado que la regulación del sistema bancario ha avanzado en línea con el espíritu establecido en Basilea II. En los últimos años, y luego de la crisis de 2002 que sacudió al sistema financiero, la Superintendencia de Instituciones de Intermediación Financiera (SIIF) ha establecido modificaciones normativas y nuevas disposiciones para proveer mayor información a los mercados, de forma de contar con un mercado más transparente, donde los agentes cuenten con la información necesaria a la hora de tomar sus decisiones. En lo que tiene que ver con los requerimientos de capital, en el año 2006 se ha incorporado el requerimiento de capital por riesgo de mercado y se ha avanzado en cuanto al requerimiento por riesgo de crédito. Si bien se utiliza el enfoque estándar, la norma sobre calificación de riesgos crediticios exige el análisis de los flujos de fondos de los deudores, de modo de analizar su capacidad de pago, requiriendo en algunos casos la realización de distintos escenarios de stress sobre los mismos. Esto, además de contribuir a una mayor experiencia en el análisis de riesgo por parte de las instituciones, provee de una base de datos importantísima en caso de optar por la aplicación del método IRB. Recientemente, además, se han propuesto modificaciones normativas que incentivan a las instituciones a utilizar modelos internos para deudores por importes pequeños. Todo esto hace del análisis un avance importante para la comprensión de las implicaciones del método a la hora de su aplicación.

En la primera parte del trabajo se presentan las principales características del método IRB, con énfasis en el análisis de las fórmulas propuestas por Basilea para ponderar los

³ Comité de supervisión bancaria de Basilea, documento de consulta, ‘Presentación del Nuevo acuerdo de capital de Basilea’, abril de 2003

⁴ Internal Rating Based Approach

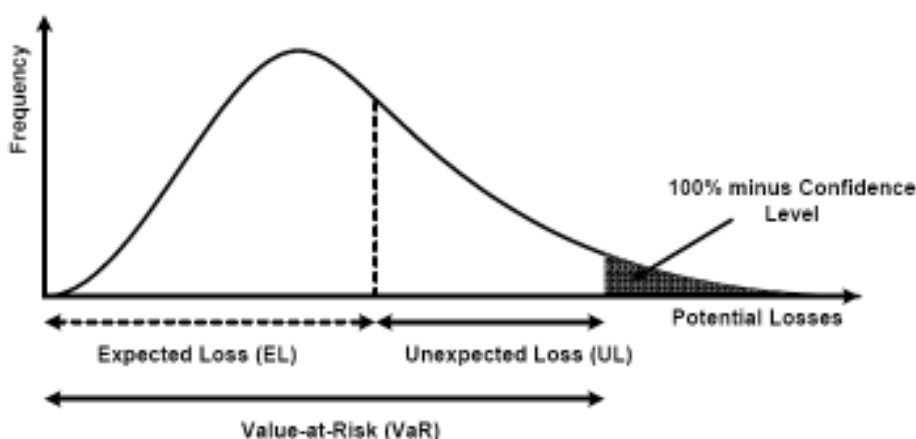
distintos riesgos, de los supuestos de base y sus implicancias para el sistema financiero local.

En la segunda parte, se utilizará una técnica no paramétrica para estimar la distribución de pérdidas del portafolio bancario, de forma de determinar una medida de la pérdida esperada e inesperada del portafolio (VaR). El análisis toma datos del sistema bancario para el período 1999-2006, y se estiman distribuciones para cada tipo de cartera, distinguiendo entre cartera corporativa y cartera minorista. Dentro de la cartera corporativa, se tratarán en forma separada las empresas unipersonales. Una vez obtenidas dichas distribuciones, se comparan los requerimientos de capital por pérdida inesperada que surgen de la estimación con los que surgirían de la aplicación de las fórmulas del enfoque IRB.

II. El método IRB de Basilea II

La actividad bancaria puede verse como la toma de riesgos. Durante un período de tiempo, por ejemplo un año, es normal observar que algunos deudores no cumplan con sus obligaciones crediticias. El banco no podrá calcular con exactitud cuánto serán sus pérdidas durante un año específico, pero si podrá estimar las pérdidas que *espera* tener en el período. Estas pérdidas se denominan *pérdida esperada* (EL), y representan el monto de capital que podría perder la institución como resultado de la exposición al riesgo de crédito, para un horizonte de tiempo dado. Dichas pérdidas son un costo natural del negocio bancario, y deberían estar cubiertas con las provisiones que los bancos deben realizar sobre cada crédito. Sin embargo, las pérdidas pueden llegar a exceder este nivel esperado y se necesita capital para absorberlas. Estas pérdidas se conocen como *pérdidas inesperadas* (UL). Tomando la distribución de pérdidas del portafolio, podemos representar la pérdida esperada como la media de la misma.

Figura 1



En la Figura 1⁵, las pérdidas inesperadas se definen como la diferencia entre las pérdidas esperadas y un percentil de la distribución, que se elige de acuerdo al nivel de confianza deseado. Dicho percentil es el Valor en Riesgo (VaR) de crédito, y expresa la máxima pérdida que se espera que pueda ocurrir en el horizonte de análisis, con un nivel de confianza predeterminado. El análisis VaR se ha convertido en una herramienta fundamental a la hora de medir los riesgos, y, dado que Basilea busca que el requerimiento de capital sea más sensible a los mismos, dicho análisis se ha incorporado en el nuevo acuerdo.

Esta primera parte pretende presentar los aspectos fundamentales del método IRB, así como las consideraciones básicas a la hora de su aplicación. A su vez, se profundizará en el análisis de la fórmula que se propone para los requerimientos de capital por pérdidas inesperadas. Por último, se analizarán los supuestos y conceptos económicos que están detrás del método IRB, con el objetivo de entender y analizar las implicancias de los mismos, así como la aplicabilidad del método en economías emergentes.

⁵ Extraída de *An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*, 2005

1. Fundamentos del método IRB

El método de las calificaciones internas (IRB) está basado tanto en medidas de pérdida esperada como inesperada. Las ponderaciones por riesgo y por tanto, las exigencias de capital, se determinan combinando datos cuantitativos proporcionados por los bancos con fórmulas especificadas por el Comité de Basilea. Existen tres elementos fundamentales en el IRB. El primero son los **componentes de riesgo**, los cuales pueden resumirse en:

- ✓ Probabilidad de incumplimiento (PD): cuantifica la probabilidad de que el deudor incurra en default en el período (un año).
- ✓ Pérdida en caso de incumplimiento (LGD): se define como la pérdida que tendrá el banco si el deudor cae en default, se expresa como una proporción de la exposición.
- ✓ Exposición al riesgo (EAD): es el monto expuesto al momento del análisis.
- ✓ Vencimiento (M): plazo del crédito.

El segundo elemento fundamental son las **funciones de ponderación de riesgo**, en donde los componentes mencionados anteriormente son utilizados como inputs para obtener el requerimiento de capital.

Como último componente, se encuentran los **requerimientos mínimos** que debe cumplir una institución para utilizar el método IRB. El Comité de Basilea sugiere ciertos estándares mínimos que los bancos deben cumplir para poder utilizarlo. Dichos principios se basan fundamentalmente en los sistemas de ratings y de medición de riesgos, así como en los procedimientos, todo lo cual deberá permitir una adecuada evaluación del deudor, una significativa diferenciación de los riesgos y estimaciones cuantitativas que resulten consistentes y precisas.

Se distinguen dos tipos de IRB: el básico y el avanzado. En el IRB básico, la institución estima la PD, y el resto de los parámetros son establecidos por el Comité. En el IRB avanzado, todos los datos son estimados por las instituciones.

Un primer paso en la aplicación de este método es la categorización de las exposiciones en diferentes categorías: corporativo, soberano, bancos, *retail* (minorista) y cartera de acciones. Dentro de la cartera *corporate*, se especifican además cinco sub categorías de préstamos especializados (SL, *specialized lending*), mientras que para el portafolio minorista se definen tres sub clases. El argumento es que cada tipo de exposición requiere un tratamiento distinto en cuanto a su riesgo, cada categoría puede verse afectada por distintos factores y por tanto requieren un tratamiento diferencial. Este trabajo se centrará en el análisis de los requerimientos para los créditos corporativos y minoristas. Basilea permite incluir en esta última los créditos concedidos a pequeñas empresas, siempre y cuando la exposición sea menor que € 1 millón.

El segundo paso sería aplicar, usando las estimaciones de la PD en el IRB básico, la fórmula que propone el comité para poder llegar al requerimiento de capital. Dicha

fórmula será analizada en detalle en los apartados siguientes, y puede resumirse de la siguiente manera:

$$K = \left\{ LGD * \left(N \left[\frac{1}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}[PD] + \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}[0.999] \right] - PD \right) \right\} \frac{1 + [M - 2.5]b(PD)}{1 - 1.5b(PD)}$$

en donde:

K = requerimiento de capital por pérdida inesperada

LGD = pérdida en caso de incumplimiento

PD = probabilidad de default

ρ = coeficiente de correlación

M = maturity

Como se mencionaba más arriba, esta fórmula genera requerimientos por pérdida inesperada, mientras que para los requerimientos por pérdida esperada Basilea propone un tratamiento separado. Los bancos que apliquen el IRB deberán comparar el total de provisiones constituidas (definidas como la suma de las provisiones específicas, las genéricas y las estadísticas) que corresponden a las exposiciones tratadas bajo el IRB, con el monto de pérdida esperada que surge de la aplicación del IRB (EAD x PD x LGD). Si este último resulta inferior a las provisiones del banco, la diferencia podrá computarse como parte del *Tier 2*, con un máximo de 0.6% de los activos ponderados, siendo el supervisor quien decida en última instancia si corresponde o no considerarlo como capital. Si por el contrario las provisiones según el IRB resultan superiores a las constituidas, la diferencia se deduce del capital (50% del *Tier 1* y 50% del *Tier 2*).

2. La función de ponderaciones de riesgo

Según el método IRB, el requerimiento de capital para un préstamo debe depender solamente del riesgo de ese préstamo y no del riesgo del portafolio al cual se agrega. Esto se traduce en la necesidad de que el modelo debe ser *portfolio invariant*. Bajo este supuesto, las características específicas (probabilidad de default, pérdida en caso de default y exposición) de cada deudor son suficientes para determinar el capital requerido por cada préstamo.

Puede demostrarse⁶ que sólo los llamados modelos *Asymptotic Single Risk Factor* (ASRF) cumplen con dicha propiedad (*portfolio invariance*). Dichos modelos se derivan de los modelos tradicionales de riesgo de crédito por la ley de los grandes números: cuando un portafolio está compuesto por un número grande de exposiciones pequeñas, los riesgos idiosincráticos asociados a las exposiciones individuales tienden a cancelarse entre si, y sólo los riesgos sistémicos que afectan a las exposiciones tienen un efecto material sobre las pérdidas del portafolio. Vasicek (2002) demuestra que bajo ciertas condiciones, el modelo de Merton (1974) puede adaptarse a un modelo ASRF. En este tipo de modelos, todos los riesgos sistémicos que

⁶ Gordy, 2003

afectan a los deudores (por el tipo de industria, por la región a la que pertenecen) son modelados con un único factor de riesgo sistémico.

Se considera una cartera tiene n prestatarios. El valor de los activos de un prestatario sigue un proceso browniano geométrico.

$$dA_i = \mu A_i dt + \sigma A_i dz_i \quad [3]$$

donde dz_i es un proceso de Wiener, $dz_i = z_i \sqrt{dt}$, $z_i \sim N(0,1)$

El valor de los activos en el momento T se puede representar como:

$$\ln A_i(T) \approx N \left[\ln(A_i(0) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})); \sigma \sqrt{T} \right] \quad [4]$$

por lo que se puede expresar que:

$$\ln A_i(T) = \ln A_i(0) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})T + \sigma \sqrt{T} z_i \quad [5]$$

en donde z_i es una variable normal estándar.

La fórmula de Basilea utiliza la interpretación del modelo de Merton (1974) para determinar la probabilidad de default del i -ésimo préstamo, es decir, una empresa incumple con sus obligaciones si el valor de sus activos cae por debajo del valor de su deuda:

$$p = p[A_i(T) < B_i] = p[z_i < c_i] = N[c_i] = N[-d_2] \text{ con } c_i = \frac{\ln B_i - \ln A_i - \mu_i T + \frac{1}{2} \sigma_i^2 T}{\sigma \sqrt{T}} \quad [6]$$

Recordando que $N[-d_2]$ es la probabilidad de default, llamando p a esta última, $N[c_i] = p$, y por lo tanto $c_i = N^{-1}[p]$.

Se supone que el proceso que sigue z_i es del siguiente tipo:

$$z_i = b y + a \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad [7]$$

en donde y representa el riesgo común para todo el portafolio y ε_i es el riesgo específico de la empresa. Se supone que ambos siguen distribuciones normales estandarizadas, independientes, y por lo tanto z_i sigue también una distribución normal estandarizada, con valores de b y a dados por:

$$b = \sqrt{\rho}; a = \sqrt{1 - \rho}$$

Donde ρ es la correlación que hay entre los activos de los prestatarios, el cual está dado por la correlación que tienen con un factor macroeconómico único, que es un factor común que afecta el default de todas las compañías. En el caso de economías dolarizadas, puede pensarse que ese factor de riesgo macroeconómico es el tipo de cambio, dado que movimientos bruscos en el mismo afectan sensiblemente a la cartera de créditos.

En esas condiciones, la probabilidad de default de un préstamo cualquiera, condicionado al factor común y , viene dado por:

$$p[y] = P[by + a\varepsilon_i < c_i] = P\left[\varepsilon_i < \frac{c_i - by}{a}\right] \quad [8]$$

De la ecuación [6], puede observarse que $c_i = N^{-1}[p]$, por lo que reemplazando en [8] tenemos

$$p[y] = P\left[\varepsilon_i < \frac{c_i - by}{a}\right] = P\left[\varepsilon_i < \frac{N^{-1}[p] - \sqrt{\rho} y}{\sqrt{1-\rho}}\right] = N\left[\frac{N^{-1}[p] - \sqrt{\rho} y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \quad [9]$$

El portafolio total esta compuesto por n individuos iguales, los cuales tienen igual participación en la exposición total. Sea L la pérdida bruta (antes de recuperaciones) del i-ésimo préstamo, de manera que $L_i=1$ si el i-ésimo préstamo incumple y 0 en el otro caso.

En este caso, el porcentaje de pérdida bruta total de la cartera es:

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i \quad [10]$$

Por lo tanto, el porcentaje de default en términos generales sobre ese portafolio será igual al número de individuos que no paguen su préstamo. Si n es suficientemente grande, por la ley de los grandes números, se puede establecer que la fracción de clientes L que hacen default en el portafolio es igual a la probabilidad condicional de default individual, de forma que:

$$p[y] = P[L_i = 1/y] = N\left[\frac{N^{-1}[p] - \sqrt{\rho} y}{\sqrt{1-\rho}}\right] \quad [11]$$

Entonces, la función acumulada de las pérdidas brutas del portafolio es, en el límite⁷:

$$N\left\{\frac{N^{-1}(x)\sqrt{1-\rho} - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right\} \quad [12]$$

Del planteo de un VaR al 99.9% se tiene que:

$$x_{99.9\%} = N\left[\frac{\sqrt{\rho} N^{-1}(99.9\%) + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right] \quad [13]$$

⁷ La convergencia a esta distribución también se da si las ponderaciones de cada prestatario son diferentes; sean dichas ponderaciones w_i , tal que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. En este caso, la pérdida bruta de la cartera, $L = \sum_{i=1}^n w_i L_i$ condicionada por Y converge a $p(y)$ si se cumple la condición necesaria y suficiente de que $\sum_{i=1}^n w_i^2 \rightarrow 0$. En otras palabras, si la cartera no está muy concentrada.

De donde la probabilidad de default sería:

$$P_{99.9\%} = N \left[\frac{N^{-1}[p] + \sqrt{\rho} N^{-1}[0.999]}{\sqrt{1-\rho}} \right] \quad [14]$$

con lo cual, se tiene básicamente una parte importante de la fórmula propuesta por Basilea.

La función de ponderación de riesgos propuesta por Basilea es entonces:

$$K = \left\{ LGD * \left(N \left[\frac{1}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}[PD] + \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}[0.999] \right] - PD \right) \right\} \frac{1 + [M - 2.5]b(PD)}{1 - 1.5b(PD)} \quad [15]$$

Llamando PD a la probabilidad de default antes definida p , se puede observar que el requerimiento de capital es sólo por concepto de pérdida inesperada, ya que lo que está multiplicando al LGD es la diferencia entre el valor de un VaR al 99.9% para la PD y la PD esperada. Este último valor es estimado por el banco, tanto en el IRB básico como en el avanzado.

Esta función de distribución tiene algunas propiedades interesantes que vale la pena comentar⁸. La función acumulada está dada, como vemos en la ecuación [12], por la expresión:

$$F(x; p; \rho) = N \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} \right] \quad [16]$$

Por lo cual, si queremos obtener la forma de la función de densidad, alcanza con derivar la expresión [16], para así llegar a

$$f(x; p; \rho) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p) \right]^2 + \left[N^{-1}(x) \right]^2 \frac{1}{2} \right\}$$

Las medidas de posición de esta función de densidad son:

- $E(x) = p$
- $x_{0.5} = N \left[\frac{N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}} \right]$
- $L_{moda} = N \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(p)}{1-2\rho} \right]$ Cuando $\rho < 1/2$

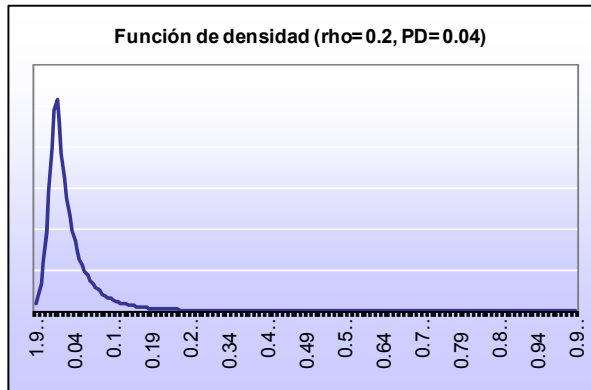
La varianza esta dada por

$$s^2 = N_2[N^{-1}(p), N^{-1}(p), \rho] - p^2$$

siendo N_2 la función de distribución acumulativa normal bivariada.

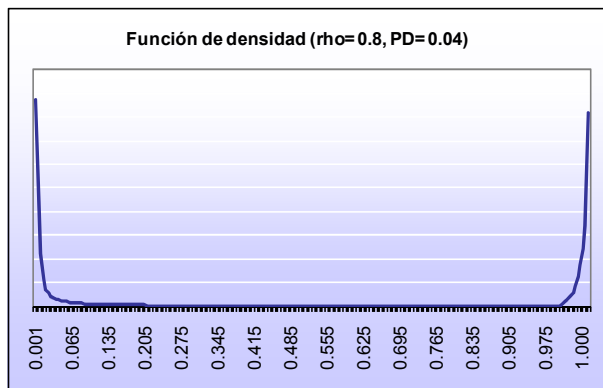
⁸ Las respectivas demostraciones se presentan en el Anexo A.

Gráfica 1



Cuando $\rho > 1/2$, la función tiene forma de U, lo cual significaría que cuando la correlación es muy alta, el resultado del banco puede ser muy bueno, en el caso de que a todas las empresas les vaya bien, o muy malo, en el caso de que todas caigan en default. La Gráfica 2 ilustra este caso.

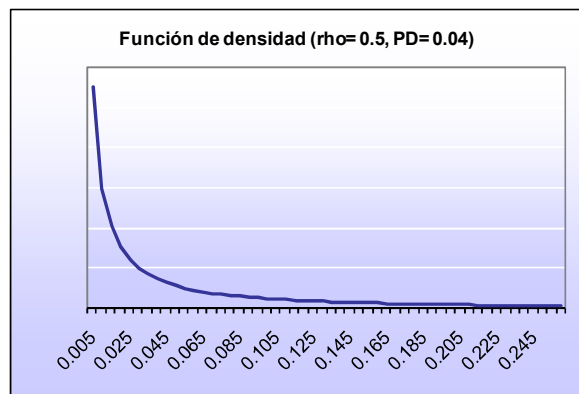
Gráfica 2



Puede pensarse en el caso de una economía dolarizada, donde en un escenario de tipo de cambio estable todo va bien, mientras que en el caso de una realización negativa de este factor de riesgo, inmediatamente el sistema pasa a tener malos resultados y nos ubicamos en el otro extremo de la distribución.

Para el caso particular de $\rho = 1/2$, la función es monótona.

Gráfica 3



Cuando la correlación es perfecta, de forma de que $\rho=1$, la función de densidad se comporta como una binomial, $f \rightarrow B(p; 1 - p)$.

La distribución de pérdidas entonces resulta muy asimétrica; en la Gráfica 1 se puede ver la clara no normalidad de la misma. Este comportamiento implica un mayor requerimiento de capital que en el caso de que la función se comportara normal.

Los coeficientes de correlación se determinaron en función de los datos del grupo de los G10, y se determinan por categoría crediticia. A su vez, dentro de cada categoría crediticia se supone que la correlación disminuye cuanto más alta sea la PD. Esto está basado en los datos empíricos y la intuición. A mayor PD, es mayor el riesgo idiosincrático, lo cual quiere decir que depende menos del estado general de la economía y más de sus características propias. Además, la correlación depende del tamaño de la firma. Se postula que cuanto más grande es la firma, mayor es la dependencia del estado general de la economía. La función propuesta entonces es la siguiente:

$$\text{correlacion } (\rho) = 0.12x \frac{1 - e^{-50xPD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \left[1 - \frac{1 - e^{-50xPD}}{1 - e^{-50}} \right] - 0.04x \left(1 - \frac{(S - 5)}{45} \right)$$

donde 0.12 corresponde a la correlación para la máxima PD (100%) y 0.24 corresponde a la correlación para la mínima PD (0%), multiplicados cada uno por ponderaciones exponenciales. El último factor corresponde a un ajuste por el tamaño de la empresa, que afecta a los deudores con ventas anuales entre € 5 millones y €50 millones. Para deudores con ventas mayores a €50 millones, el ajuste es cero (se anula el factor) y para deudores con ventas menores a € 5 millones el ajuste por tamaño toma el valor de 0.04, lo cual hace disminuir la correlación de 0.24 a 0.20 en el caso de mejor calidad crediticia y de 0.12 a 0.08 para la peor calidad.

Para la mayor parte de los préstamos al sector minorista⁹, la correlación se modifica de la siguiente forma:

$$\text{correlacion } (\rho) = 0.03x \frac{1 - e^{-35xPD}}{1 - e^{-35}} + 0.16 \left[1 - \frac{1 - e^{-35xPD}}{1 - e^{-35}} \right]$$

El último término en la ecuación [15] es el ajuste por *maturity*¹⁰, ya que se asumió para el cálculo que todos los préstamos tenían un vencimiento de 1 año. La evidencia empírica indica que los créditos de largo plazo son más riesgosos que los de corto plazo, por lo que los requerimientos de capital deben aumentar con la *maturity*. Esto puede interpretarse como anticipaciones de los requerimientos adicionales que surgirían por el pasaje del crédito a una categoría crediticia peor (*downgrades*), los cuales son más probables en los créditos de mayor plazo.

El factor de ajuste es el siguiente:

⁹ Excepto para préstamos hipotecarios y préstamos revolving, donde las correlaciones son fijas y toman valores de 0.15 y 0.04 respectivamente.

¹⁰ Este ajuste no se realiza en el caso de la cartera *retail*

$$FA(M, PD) = \frac{1 + [M - 2.5]b(PD)}{1 - 1.5b(PD)}$$

en donde $b(PD)$ es:

$$b(PD) = [0.11852 - 0.05478 \ln(PD)]^2$$

El ajuste es lineal y creciente con la *maturity* promedio, y, dado M, el ajuste depende negativamente de la PD. La razón intuitiva es que, a menor PD, mayor es la posibilidad de que empeore el rating crediticio, “hay más para perder”. A continuación se presenta una matriz que contiene valores del ajuste para distintos valores de PD y M.

Figura 2: Ajuste por maturity

M	Probabilidad de default									
	1%	2.00%	3.00%	4.00%	5.00%	6.00%	7.00%	8.00%	9.00%	10.00%
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1.1732	1.1328	1.1128	1.1000	1.0908	1.0837	1.0780	1.0732	1.0692	1.0658
3	1.3464	1.2657	1.2256	1.1999	1.1815	1.1673	1.1559	1.1465	1.1385	1.1315
4	1.5196	1.3985	1.3384	1.2999	1.2723	1.2510	1.2339	1.2197	1.2077	1.1973
5	1.6928	1.5314	1.4512	1.3999	1.3630	1.3346	1.3118	1.2929	1.2769	1.2630
6	1.8660	1.6642	1.5640	1.4999	1.4538	1.4183	1.3898	1.3662	1.3461	1.3288
7	2.0392	1.7971	1.6768	1.5998	1.5445	1.5020	1.4678	1.4394	1.4154	1.3946
9	2.3857	2.0627	1.9024	1.7998	1.7260	1.6693	1.6237	1.5859	1.5538	1.5261
10	2.5589	2.1956	2.0152	1.8998	1.8168	1.7529	1.7016	1.6591	1.6230	1.5918
B(PD)	0.13749	0.11077	0.09648	0.08694	0.07988	0.07433	0.06980	0.06599	0.06271	0.05986

Se observa que para $M=1$, $FA(1, PD) = 1, \forall PD$, y además puede verse la relación negativa entre el ajuste y la PD cuando M está dado.

3. Los principales supuestos detrás del cálculo

3.1 Los supuestos principales

Existen dos supuestos fundamentales detrás de la fórmula propuesta por Basilea, que son la granularidad del portafolio y la existencia de un único factor de riesgo sistemático al que está expuesta toda la cartera.

El primer supuesto implica que no hay concentración del portafolio, que los deudores representan proporciones pequeñas en el total. Para que el modelo tradicional de Merton pueda adaptarse a un modelo ASRF, Vasicek (2002) demuestra que es necesario que el portafolio esté compuesto por un número suficientemente grande de exposiciones, sin que alguna de ellas represente una proporción importante del mismo. Si este supuesto no se cumple, el portafolio tendrá un riesgo idiosincrático residual, lo cual puede hacer que el requerimiento de capital sea subestimado. Ante esta situación, Vasicek (2002) propone un ajuste por granularidad, el cual puede aplicarse cuando el portafolio no es lo suficientemente grande como para que le sea aplicable la ley de los grandes números.

El ajuste por granularidad es tal que en la ecuación [14] en lugar de ρ se toma $\rho + \delta(1 - \rho)$.

$$\text{Siendo } \delta = \sum_{i=1}^n w_i^2$$

El segundo supuesto principal es la exposición a un único factor de riesgo sistemático. No se consideran los efectos de la diversificación por sector de actividad o por región, lo cual puede llevar a sobreestimar los requerimientos de capital para aquellos bancos que diversifican adecuadamente la cartera. Los distintos sectores de actividad están sujetos a ciclos y factores de riesgo diferentes, los cuales deberían modelarse por separado. Existen trabajos que proponen modelos multifactoriales que recogen la diversificación de la cartera de la institución. *Céspedes et al (2005)* estiman un modelo que se basa en lo que llaman un factor de diversificación, el cual es función de dos parámetros que capturan la concentración por tamaño y la correlación entre los sectores de actividad. *Tasche (2005)* se ocupa también de los efectos de la diversificación, proponiendo un modelo multifactorial que permite incorporarlos a través de un índice de diversificación, en donde se obtienen las contribuciones al VaR de cada factor. Los requerimientos de capital se ven significativamente reducidos cuando el portafolio está bien diversificado.

3.2 Los coeficientes de correlación

Otro factor que resulta determinante a la hora de calcular los requerimientos es la fórmula propuesta para calcular los coeficientes de correlación. La misma asume que la relación entre la correlación entre activos y el tamaño de la empresa es positiva, con el argumento de que las firmas más pequeñas presentan mayor componente de riesgo idiosincrático, y por tanto menor correlación con el factor de riesgo sistémico. La mayor parte de las investigaciones hasta el momento apoyan esta relación directa¹¹. Un argumento en contra puede recogerse del trabajo de *Bernanke et al (1996)*, en donde sostienen que las empresas más grandes tienen acceso a los mercados financieros en caso de shocks negativos sobre la economía, mientras que las empresas medianas y pequeñas no, y por tanto estas últimas serían las más expuestas al estado de la economía. Los deudores con mayores costos de agencia en los mercados de crédito, que serían las empresas de tamaño menor, cargarán con los costos de las recesiones económicas, por el llamado *flight to quality*.

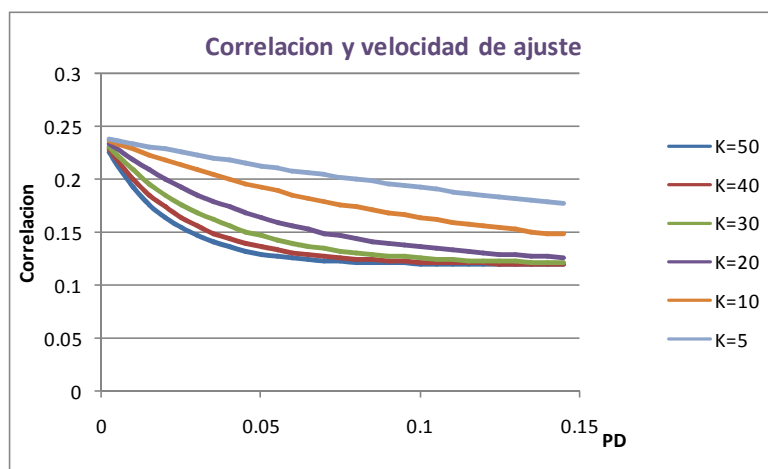
Otro supuesto detrás del cálculo es la existencia de una relación negativa entre la PD y la correlación entre activos. A diferencia del planteo anterior, no existe consenso sobre la adecuación de este supuesto a la realidad. *Düllmann y Scheule (2003)* analizan dicha relación para las empresas alemanas, y encuentran que para algunas clases de empresas la misma no es clara. *Dietsch y Petey (2003)* estudiaron el comportamiento de empresas alemanas y francesas, llegando a resultados que contradicen lo propuesto por Basilea. En el caso de las empresas francesas, la relación entre PD y correlación no es negativa sino que tiene forma de U, en particular para empresas medianas y grandes. Para las empresas alemanas encuentran una correlación positiva para las empresas pequeñas y medianas, mientras que para las grandes no se evidencia un comportamiento claro. Concluyen que los requerimientos pueden resultar muy altos para empresas pequeñas y medianas, donde la correlación es más baja.

¹¹ Dietsch y Petey (2003), Düllmann y Scheule (2003)

Otro conjunto de críticas que tiene que ver con este supuesto aparece por el lado de la modelización de la PD. *Rosch (2002)* sostiene que la evidencia empírica muestra que la PD no es constante en el tiempo y que depende de las condiciones macroeconómicas, por lo que hay que tener en cuenta el momento del ciclo en que se encuentra la economía. Esto reduciría la incertidumbre alrededor de la PD, y por lo tanto también las correlaciones y los requerimientos de capital. *Hamerle et al (2003)* también introducen factores macroeconómicos en la estimación y modelan una PD *time dependent*, obteniendo también correlaciones menores.

Se critica entonces la sensibilidad que presenta el requerimiento de capital a la correlación entre los activos de las empresas; si la misma es más baja que la propuesta de Basilea, el requerimiento baja significativamente y viceversa. Resulta entonces clave la calibración de los parámetros, la cual se realizó con datos de los diez mayores supervisores (G-10) y puede no adecuarse a la realidad de economías emergentes como la uruguaya. En particular, la ponderación exponencial que se elige para calcular los coeficientes parece resultar muy alta. El factor que determina la velocidad en la que la correlación va disminuyendo es establecido en $k=50$, lo cual hace que la misma descienda muy rápido. Observando el gráfico siguiente, puede verse que al cambiar el factor de ajuste la correlación se hace cada vez más suavizada, y el rango de correlaciones intermedias entre la mínima y la máxima es mayor.

Gráfica 4



3.3 Pérdida en caso de incumplimiento

Respecto a la pérdida en caso de incumplimiento, LGD, el Comité propone un valor determinístico, cuando puede pensarse que en realidad la misma es una variable aleatoria que toma valores entre 0 y 1, y que además existe una relación de dependencia entre la LGD y la PD. *Altman et al (2002)* encuentran que existe una relación positiva entre PD y LGD, y que no tenerla en cuenta puede subestimar los requerimientos, tanto por pérdida esperada como inesperada. Los mismos factores que afectan a la PD, afectan también al LGD. *Hillebrand (2006)* propone un modelo para estimar la LGD, la cual sostiene que es un factor determinante del riesgo del portafolio y por tanto no es acertado tratarla como una proporción fija de la exposición. La misma es dependiente del estado de la economía y modelarla ajusta mejor las mediciones del riesgo de crédito. Por ejemplo durante un período de

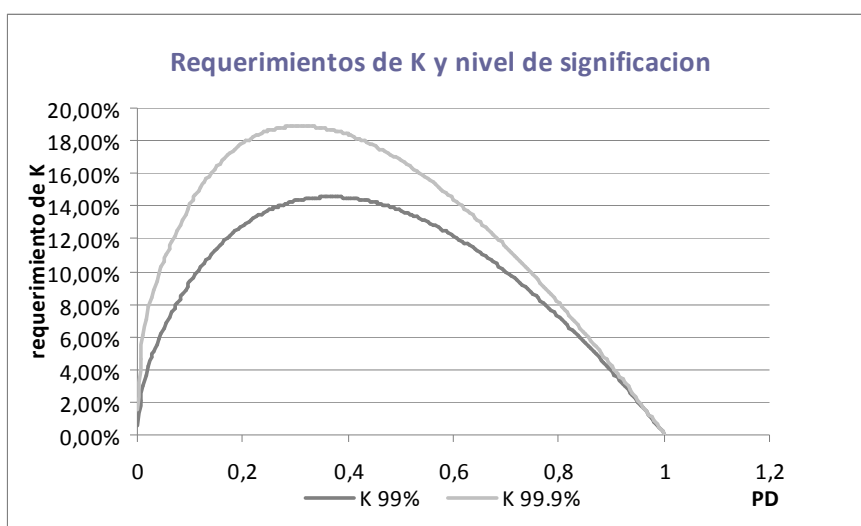
recesión, el valor de las garantías disminuye considerablemente y por lo tanto el LGD es mucho mayor.

Otra crítica que surge respecto a la aplicación del modelo es que las instituciones no tendrán todas los mismos parámetros para los deudores, es decir, dependiendo de los modelos que utilicen para la estimación, para un mismo deudor podrán existir diferentes PD's, y también LGD's en el caso del IRB avanzado.

3.4 El nivel de significación

El nivel de significación se fija en 99.9%, reconociendo que el mismo puede resultar alto. El argumento de Basilea es que dicha exigencia es tal para cubrir posibles errores en la estimación del modelo por parte de las instituciones (aquellas instituciones con modelos bien especificados y calibrados se verían perjudicadas con mayores requerimientos que supuestamente no deberían tener).

Gráfica 5



Como podemos observar en la Gráfica 5, ante una baja en el nivel de confianza de 0.9%, el requerimiento resulta significativamente inferior.

Este criterio conservador también se observa en los requerimientos de capital por riesgo de mercado que propone Basilea. Allí, el valor en riesgo se multiplica por un factor mínimo de 3, el cual pretende también reflejar errores en la especificación del modelo.

Además, puede apreciarse como a partir de ciertos niveles de la PD, el requerimiento comienza a disminuir como consecuencia del mayor componente de pérdida esperada, que en el límite, cuando la PD es igual a la unidad (es decir, el deudor ha incurrido en default) el requerimiento por pérdida inesperada se hace nulo.

III. Estimación no paramétrica de la distribución de pérdidas del portafolio bancario y contrastación con IRB

Para estimar los requerimientos de capital necesarios para cubrir el riesgo de crédito es necesario obtener los parámetros de la distribución de probabilidad de las pérdidas del portafolio. Existen distintas metodologías para calcular dichos parámetros; en este trabajo se opta por el procedimiento propuesto por *Carey (1998,2002)*, en donde dicha distribución es estimada usando una técnica no paramétrica, conocida como *bootstrap*. La idea principal es que la muestra en si misma es la mejor guía para obtener la distribución. La principal ventaja que tiene este método es que no se necesita hacer supuestos sobre la forma funcional y los parámetros de la distribución, el único supuesto que se realiza es que la muestra original es representativa. El procedimiento consiste en simular un número suficientemente grande de portafolios bancarios, extrayendo, **con reposición**, la tasa de pérdidas correspondiente a cada uno. La distribución de frecuencias de esas pérdidas sería la estimación de la distribución de probabilidad relevante.

Majnoni, Miller y Powell (2004) realizaron un ejercicio similar, basados en la misma técnica, calculando las pérdidas esperadas e inesperadas de la cartera corporativa para un año en particular, para los casos de Argentina, México y Brasil. Dichos autores llegan a la conclusión de que en el caso de Argentina y México los requerimientos de capital que surgen del IRB resultan menores que los que arrojan sus estimaciones, a diferencia del caso de Brasil, donde la diferencia va en sentido opuesto. Cabe destacar que los resultados obtenidos se basan sólo en un año particular de análisis, cuando la técnica utilizada recomienda abarcar la totalidad del ciclo económico a la hora de estimar. *Jacobson, Lindé y Roszbach (2005)* utilizan también la técnica propuesta por Carey, con el objetivo de obtener las distribuciones de pérdidas del portafolio, para comparar el riesgo asociado a pequeñas y medianas empresas (SME) con el riesgo de los portafolios corporativos. Por último, el trabajo de *Gutiérrez Girault (2007)* estima a partir del resamplio la distribución para el caso argentino, comparando dichas estimaciones con los requerimientos que surgen de la aplicación de Basilea II. En este caso se calculan distribuciones condicionales por tipo de deudor y por tipo de institución financiera, y además se toma en cuenta un período prolongado de tiempo (5 años).

1. Metodología y datos

1.1 Estimación no paramétrica

La aproximación para estimar la distribución de pérdidas sigue el procedimiento propuesto por *Carey (1998,2002)*. En su trabajo de 1998 se pretende estimar el riesgo de crédito asociado a los portafolios de deuda privada. Se estiman las pérdidas en la *bad tail* de la distribución mediante métodos Monte Carlo de resamplio, y se simulan portafolios extrayendo diferentes activos aleatoriamente de la muestra total. Dicho procedimiento se repite 50.000 veces, y de cada portafolio simulado se extraen las pérdidas observadas, construyendo de ese modo una distribución de frecuencias que constituye la estimación de la función de distribución relevante.

El término *bootstrap* fue introducido en 1979 por Efron, si bien la metodología como tal se utilizaba desde tiempo atrás. Es un procedimiento intensivo en computación, el cual permite realizar inferencia estadística sin necesidad de realizar hipótesis sobre la distribución poblacional (F). La base fundamental del método es la muestra *bootstrap* (*bootstrap sample*). Tomando \hat{F} como la distribución empírica, una muestra *bootstrap* se define como una muestra aleatoria de tamaño n , obtenida de \hat{F} ,

$$x^* = (x_1^*, x_2^* \dots x_n^*)$$

$$\hat{F} \rightarrow (x_1^*, x_2^* \dots x_n^*)$$

El supra índice * significa que no se trata del set de datos real, sino que es una versión aleatoria o resamplero de x . Estos valores son una muestra aleatoria de tamaño n que se extrae con reposición de la muestra original (x_1, x_2, \dots, x_n), por lo cual cada muestra *bootstrap* consiste en n valores de la muestra original, de los cuales algunos pueden aparecer más de una vez, y otros por ejemplo no aparecer. Para cada muestra *bootstrap*, se aplica la misma función $s(\cdot)$ que se aplicó a los datos originales.

$$\hat{\theta}^* = s(x^*)$$

Por ejemplo, si $s(x)$ es la media muestral \bar{X} , entonces $s(x^*)$ es la media de la muestra *bootstrap*,

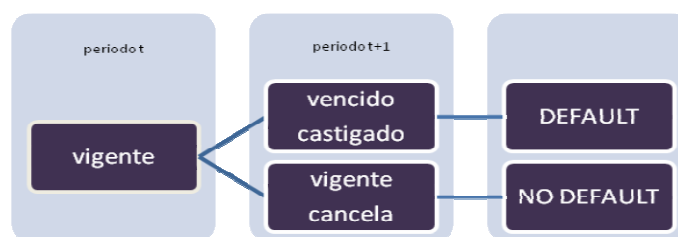
$$\bar{X}^* = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^*}{n}$$

Tanto la extracción de la muestra *bootstrap* como el cálculo del estadístico de interés se repiten B veces, y a partir de dichos B valores se construye una distribución de frecuencias, la cual será nuestra distribución de probabilidad de interés.

1.2 Datos

Los datos a utilizar provienen de la Central de Riesgos (CR) de la Superintendencia de Instituciones de Intermediación Financiera (SIIF) del Banco Central del Uruguay. Las instituciones informan a la CR datos relativos a cada deudor (nombre, giro de actividad, documento) y a su deuda (monto, tipo de préstamo, garantías). Del total de la base, se consideran únicamente los créditos que se encuentran vigentes al comienzo de cada período¹², aquellos que ya se encuentren en cuentas de vencidos serán excluidos del análisis. Se observará el comportamiento crédito a crédito, analizando específicamente si al final del año han caído o no en vencidos. Se considera que el crédito ha caído vencido siguiendo el mismo criterio que prevé el Plan de Cuentas de las Instituciones de Intermediación Financiera, el cual establece que los préstamos deberán registrarse en cuentas de colocación vencida cuando el deudor ha pasado más de 60 días sin realizar un pago. También se considera como default el caso de que el crédito sea pasado a cuenta de castigados, mientras que si el mismo es cancelado se considera como una recuperación.

¹² Como comienzo de cada período se toma el mes de diciembre de cada año.



Con el objetivo de abarcar la totalidad del ciclo económico, se tomara como referencia el período 1999–2006, ya que el mismo incluye la profunda crisis que sufrió la economía uruguaya así como la posterior recuperación. De esta forma, la distribución incondicional (estimada con los datos que abarcan todo el período de análisis) resultará representativa. Se considerará solamente el conjunto de bancos privados funcionando en cada período, ya que la información correspondiente al BROU no es representativa para períodos anteriores a junio de 2004.

Debe tenerse en cuenta que el monto mínimo de deuda que se informa a la CR se determina como un porcentaje de la responsabilidad patrimonial básica para bancos (RPBB), y que el mismo ha cambiado a lo largo del período, haciéndose cada vez menor (se informa en forma individualizada una proporción cada vez mayor de la cartera total).

Tabla 1: Montos mínimos para ser informado en la CR

	% RPBB
antes de feb-03	0.150%
feb-03 / mar-05	0.100%
mar-05 / abr-05	0.075%
abr-05/jun 05	0.050%
desde jun 05	0.025%

La cartera se segmentará según el tipo de deudor, utilizando las codificaciones previstas en la normativa de la SIF. Dicha normativa permite analizar en forma separada dos sectores: corporativo y familias. Esta forma de segmentar la cartera pretende seguir la diferenciación establecida en Basilea II, donde se distingue *corporate* y *retail*. A su vez, dentro del sector corporativo pueden distinguirse las empresas unipersonales, las cuales se tratarán en forma separada.

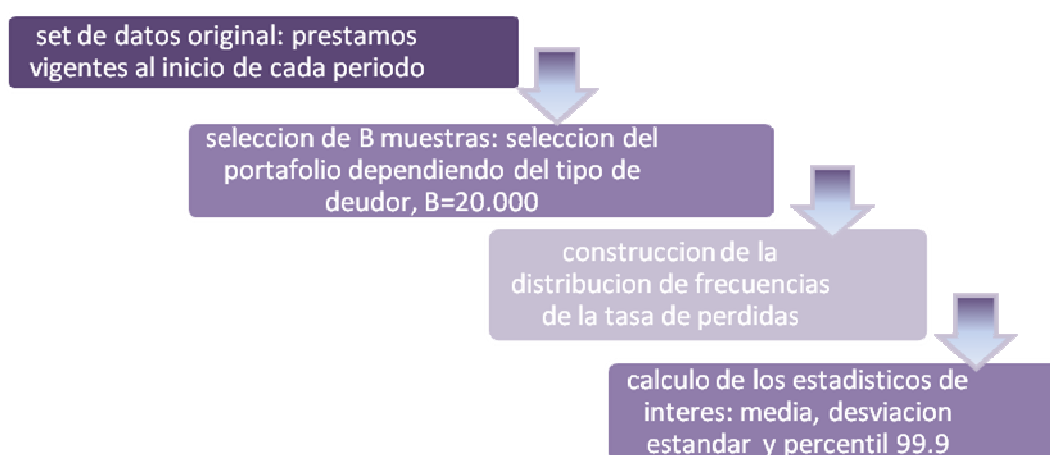
Para calcular las pérdidas asociadas a cada préstamo, se considera que la exposición está compuesta por los riesgos totales netos de garantías líquidas, ya que las mismas son totalmente recuperadas en caso de default. A su vez, se supone que las garantías hipotecarias se recuperan por un 30%, y en caso de default se recupera el 50% de la deuda no cubierta (es decir, se asume un LGD de 50%). De esta forma, definiendo una variable L_i tal que $L_i=1$ en caso de que el deudor incurra en default y $L_i=0$ en caso contrario, definimos la tasa de pérdidas como:

$$tasa\ de\ perdidas = \frac{\sum_{i=1}^n L_i * Exposicion_i * 50\%}{\sum_{i=1}^n Exposicion_i}$$

definiendo la exposición como:

$Exposición = Riesgos Totales - Garantías Líquidas - 30\% Garantías Hipotecarias$

Se realizaron estimaciones no paramétricas para cada año entre 1999 y 2006, y a su vez para cada tipo de deudor. Se utilizaron 20.000 repeticiones tanto para las estimaciones condicionales como para distribuciones incondicionales. Los tamaños de los portafolios se fijaron de acuerdo a los observados en el período para el sistema bancario, y en el caso de las distribuciones incondicionales se tomó el promedio 1999-2006¹³. El procedimiento utilizado para estimar la distribución puede resumirse en el siguiente esquema:



2. Resultados

2.1 Cartera *corporate*

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante el *bootstrapping* para la cartera *corporate*. La Tabla 2 resume los principales indicadores de la distribución: las pérdidas esperadas, la desviación estándar de las mismas y el valor del percentil 99.9, que nos da la medida del VaR de crédito. Las primeras tres columnas muestran las estimaciones en millones de dólares para cada período, aunque lo que interesa para medir los requerimientos es el monto de pérdidas en relación al portafolio total expuesto, lo que se presenta en las siguientes tres columnas. La última columna muestra la medida de la pérdida inesperada, la cual se obtiene restando el valor de la media al percentil 99.9.

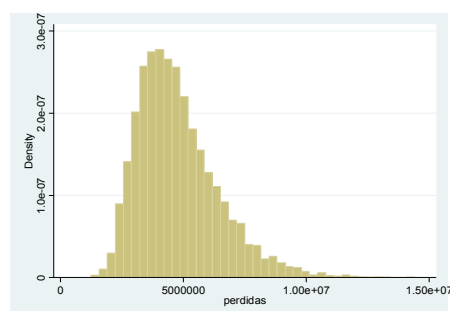
¹³ Se compararon los resultados tomando como tamaño del portafolio el total de la muestra observada y los resultados no varían significativamente.

Tabla 2: Estimaciones para la cartera corporate

	monto de perdidas (millones USD)			tasa de perdidas			Pérdidas inesperadas
	Esperado	Desv. Est	Percentil 99,9	Esperado	Desv. Est	Percentil 99,9	
1999-2000	4.89	1.47	10.90	2.12%	0.67%	4.93%	2.81%
2000-2001	4.84	1.44	10.50	1.91%	0.60%	4.35%	2.44%
2001-2002	35.40	6.57	61.10	11.81%	2.40%	20.81%	8.99%
2002-2003	2.49	0.81	5.65	1.47%	0.51%	3.68%	2.21%
2003-2004	11.60	9.65	59.30	4.40%	3.29%	17.64%	13.24%
2004-2005	5.84	6.28	40.10	2.51%	2.49%	13.45%	10.94%
2005-2006	1.95	1.69	10.70	1.18%	1.00%	6.23%	5.05%
incondicional	11.20	4.40	34.80	4.72%	1.73%	13.22%	8.50%

Tomando por ejemplo el período 1999-2000, las pérdidas esperadas del portafolio son de USD 4,89 millones. El valor de las pérdidas que acumula el 99,9% de la distribución es de USD 10,9 millones, lo que representa la medida del VaR de crédito al 99,9%. Es decir, a la pérdida esperada (USD 4,89 millones) se agrega la inesperada, que sería la diferencia, aprox. USD 6 millones. La distribución de frecuencias de las pérdidas en USD se presenta en la gráfica a continuación, donde puede observarse una clara asimetría a la izquierda, característica de las distribuciones de riesgos crediticios¹⁴. Esta asimetría refleja el hecho de que, dada una media y una desviación estándar, la probabilidad de que ocurran grandes pérdidas es mayor que lo que surgiría si la distribución fuera normal.

Gráfica 6-Pérdidas estimadas para el periodo 1999-2000



De la misma forma, se obtuvieron las tasas de pérdidas respecto a la exposición total del portafolio, que como puede verse la media es de 2,12% y la tasa de pérdidas al 99.9% es de 4,93%. El requerimiento por concepto de pérdida inesperada debería ser de 2,81% de la exposición con el sector corporativo, para dicho período.

Una primera observación a realizar es la influencia de la crisis de 2002. Como puede observarse en la Tabla 2, en ese año las pérdidas esperadas se incrementaron notoriamente, así como también la volatilidad de la distribución. Desde ese año, se observa un aumento en la desviación estándar de las estimaciones siguientes, consistente con un sistema financiero que se mostraba más frágil. Por otro lado, los bajos valores que presenta la distribución condicional para el año 2002-2003 pueden atribuirse a que durante la crisis cayeron gran parte de los préstamos, lo cual en la muestra para dicho período quedaban créditos que habían “superado” la crisis. Para

¹⁴ En el Anexo B se presentan las gráficas correspondientes a cada período.

ilustrar este punto: para el período 2001-2002 se contaba aproximadamente con 12.000 observaciones, mientras que para el período 2002-2003 las mismas se redujeron casi a la mitad.

Una vez obtenidas las estimaciones, se procedió a calcular el requerimiento que surgiría de la aplicación del IRB. Para calcular el resultado de dicha fórmula, se supone un LGD de 45% (tal como lo define Basilea en el documento final), y la PD que se computa es la que surge de las estimaciones *bootstrap*, consistente con dicho valor del LGD. En otras palabras, teniendo en cuenta que la pérdida esperada definida como porcentaje de la exposición puede definirse como:

$$EL = PD * LGD$$

puede despejarse el valor de la PD consistente con las estimaciones realizadas.

Como se presentaba en la primera parte, la fórmula de cálculo propuesta por Basilea incluye un ajuste por tamaño de empresa. Se analizó la pertinencia de realizar dicho ajuste en la aplicación al caso uruguayo. Si bien para los períodos analizados no se cuenta con información sobre los tamaños de las empresas deudoras, a mayo y junio de 2007 los datos muestran que más de la mitad de las operaciones informadas corresponden a empresas pequeñas y medianas (ventas anuales menores a USD 5 millones). Se consideró necesario entonces reflejar este hecho en los cálculos de los requerimientos de capital. Para ello se supone que previo a la crisis, la proporción de empresas pequeñas y medianas era similar a la actual, mientras que en los dos años posteriores “sobrevivieron” las grandes mayoritariamente. También se necesita realizar un ajuste por el plazo de las operaciones: durante todo el período de análisis, la mayor parte de los créditos estaban a plazos menores a un año. Los resultados luego de realizados los ajustes correspondientes se presentan en la Tabla 3.

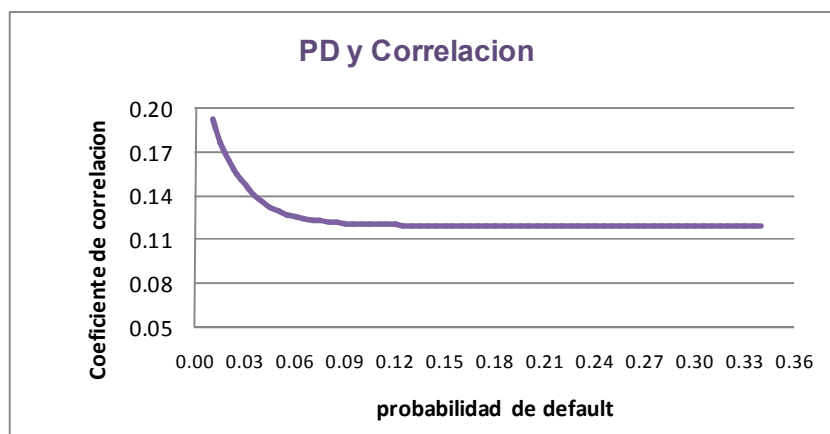
Tabla 3: Comparación IRB vs Estimación no paramétrica - corporate

periodo	K (IRB)	IRB/Estim.
1999-2000	8.57%	3.04
2000-2001	8.23%	3.38
2001-2002	16.54%	1.84
2002-2003	7.49%	3.38
2003-2004	13.93%	1.05
2004-2005	11.02%	1.01
2005-2006	6.95%	1.38
incondicional	12.17%	1.43

En la primera columna tenemos el capital que surge de aplicar la fórmula del IRB, y en la segunda se calcula el cociente entre dicho capital y el requerimiento que surge de las estimaciones (la columna correspondiente a las pérdidas inesperadas en la Tabla 2). Como puede observarse, los resultados no son homogéneos. Se observa que para períodos anteriores a 2003, Basilea genera unos requerimientos superiores a los que surgen de la muestra, mientras que en los últimos períodos parece adecuarse mejor a la estimación empírica. Una de las causas de estas diferencias puede encontrarse en la fórmula para obtener los coeficientes de correlación. Dicha fórmula depende de la PD,

y como se comentaba anteriormente, se considera que una mayor PD implica una correlación menor con el factor de riesgo sistémico. El gráfico siguiente muestra la relación entre PD y la correlación, notándose que la correlación llega al mínimo para niveles bajos de la PD (como se comentaba anteriormente, la velocidad de ajuste elegida resulta muy alta). Para valores muy bajos de la PD, la correlación es muy alta, y el rango de correlaciones “intermedias” es muy pequeño. Esto refleja que la calibración de los parámetros se hizo pensando en economías desarrolladas, donde predominan PD bajas.

Gráfica 7 - PD y correlación en el IRB



Los resultados obtenidos estarían indicando que para los años anteriores a la crisis, la correlación resulta demasiado alta, generando un requerimiento muy superior al estimado. En los últimos dos años de la muestra sin embargo, los resultados indicarían una mayor dependencia de las empresas al estado de la economía, una correlación “real” mayor y por tanto un requerimiento mejor ajustado. Dado que no se cuenta con datos suficientes como para estimar dichas correlaciones, se procedió a calcular los coeficientes implícitos en las estimaciones obtenidas mediante *bootstrap*. Es decir, tomando el requerimiento estimado, se procede a utilizar la fórmula propuesta por Basilea para obtener el coeficiente de correlación que debería tener para que diera como resultado el requerimiento estimado.

Tabla 4: Coeficientes de correlación

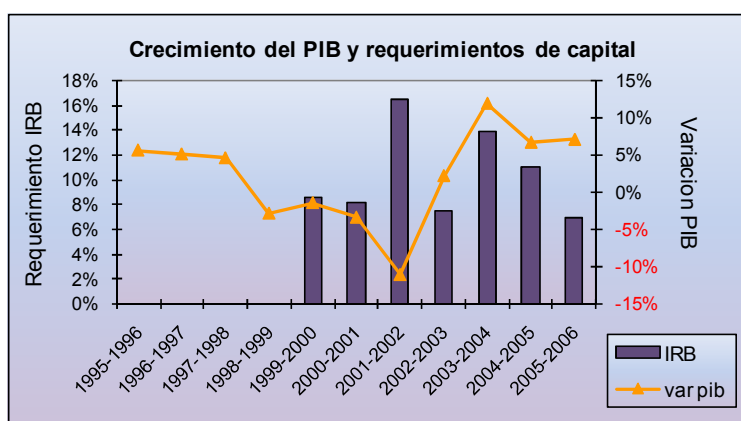
	ρ estimado	ρ basilea
1999-2000	2.5%	13.1%
2000-2001	2.0%	13.4%
2001-2002	3.0%	12.0%
2002-2003	2.3%	14.3%
2003-2004	11.5%	12.1%
2004-2005	12.7%	12.7%
2005-2006	8.5%	15.2%

Puede verse claramente que las correlaciones resultan muy altas para los años previos a 2003, mientras que se aproximan mejor hacia el final del período, coincidiendo con un mejor ajuste de los requerimientos. El coeficiente de correlación resulta *time dependent*; para períodos anteriores a la profunda crisis que sufrió la economía, el

resultado de las empresas depende más de si mismas, es decir la correlación es más baja. Luego de la crisis y con una economía en recuperación, puede pensarse que dicho coeficiente es mayor¹⁵, es decir, que a las empresas les vaya mejor o peor depende más del estado de la economía. Resulta entonces necesario tener un coeficiente que se ajuste al momento del ciclo en el que se encuentra la economía. La fórmula que se propone en el IRB está pensada para economías desarrolladas, que no están sujetas a las fluctuaciones importantes que se observan en las economías emergentes, y donde la PD es muy baja.

Otro aspecto observado en el comportamiento observado en los requerimientos es la prociclicidad implícita en el modelo IRB. En los períodos de recesión el requerimiento aumenta significativamente, mientras que baja en las fases de expansión de la economía.

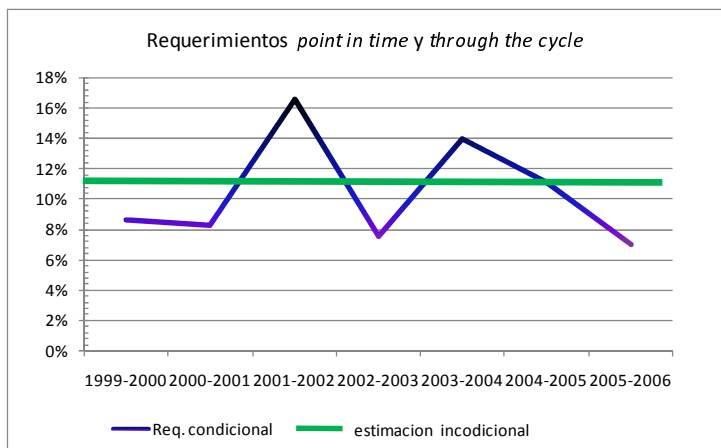
Gráfica 8



En los años previos a la crisis, el requerimiento aumenta a medida que la tasa de crecimiento del PIB disminuye, llegando al pico máximo de requerimiento en el período 2001-2002 donde la caída del PIB de 11%. El periodo 2002-2003, como se mencionaba anteriormente, no debe tomarse como representativo, ya que la mayoría de los créditos habían caído en el período previo y la estimación resulta poco ilustrativa. En los períodos posteriores a la crisis se observa como el requerimiento va descendiendo conforme la tasa de crecimiento del PIB se consolida en el entorno del 7%. Aquí es donde se distingue la estimación en un momento del tiempo (*point in time*) de la estimación *through the cycle*. La primera surge de utilizar la PD correspondiente a cada período (las correspondientes a las estimaciones condicionales) mientras que la segunda estima una PD que incorpora los distintos estados de la economía. Si se utiliza este último método de estimación, la prociclicidad del IRB puede atenuarse.

¹⁵ Para el período 2001-2002 el coeficiente implícito en el requerimiento resulta bajo, lo cual puede atribuirse a que la PD en ese período fue muy alta, y por lo tanto, dada la fórmula del IRB, la correlación implícita se hace más baja. También puede deberse a que el aumento en la correlación durante la crisis se manifiesta con cierto rezago, y por lo tanto la misma se incrementa en los periodos siguientes.

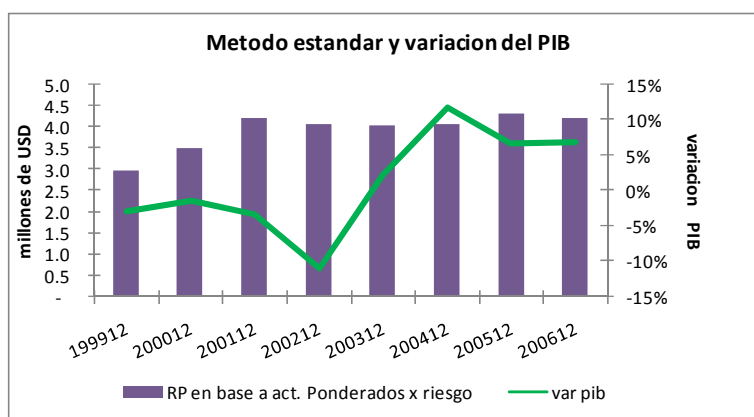
Gráfica 9



En la Gráfica 9 se presenta lo que serían los requerimientos *point in time*, es decir los requerimientos que surgen de las estimaciones condicionales. La línea horizontal representa el requerimiento que surge al utilizar la PD estimada con todos los períodos, es decir la estimación incondicional (*through the cycle*).

La cuestión de la prociclicidad no parece ser un problema si el objetivo es que la medida se adecúe al riesgo. Es razonable que durante una recesión, donde la calidad de las carteras se deteriora, el riesgo sea mucho mayor, y por lo tanto el requerimiento también. Existe un *trade off* entre prociclicidad y adecuación al riesgo. Si tomamos los requerimientos que surgen del modelo estándar, donde los activos son ponderados por distintos niveles de riesgo según sus características (tal como se presenta en el Anexo A), vemos que los mismos no varían con el ciclo, resultando en una medida que poco informa acerca del riesgo incurrido por las instituciones.

Gráfica 10



Además, como se mencionaba en el apartado 4 de la Parte I, un requerimiento insensible al riesgo no permite inferir sobre el capital económico del banco, no refleja los cambios en el riesgo del portafolio, haciendo que los agentes del mercado no puedan monitorear el comportamiento de las instituciones y dificulta la realización de políticas activas de manejo de riesgos por parte de las mismas.

Dentro de la cartera corporativa, se optó por tratar en forma separada lo que se informa a la CR como empresa unipersonal. Estas empresas son muy pequeñas, y las exposiciones con el sistema son bajas. Además, Basilea permite que cuando se trate de este tipo de deudores, cuando la exposición es menor a €1 millón (que es el presente caso) sea tratado como cartera minorista. Las estimaciones para este tipo de deudor se presentan en la Tabla 5, y las gráficas de las distribuciones se detallan en el Anexo C.

Tabla 5: Estimaciones para la cartera de empresas unipersonales

	monto de perdidas (millones USD)			tasa de perdidas			Pérdidas inesperadas
	Esperado	Desv. Est	Percentil 99.9	Esperado	Desv. Est	Percentil 99.9	
1999-2000	0.22	0.12	0.77	3.49%	1.84%	11.03%	7.53%
2000-2001	0.53	0.18	1.28	4.87%	1.64%	11.00%	6.13%
2001-2002	3.07	0.82	6.96	22.93%	3.42%	33.59%	10.66%
2002-2003	0.24	0.12	0.74	4.06%	1.85%	11.09%	7.03%
2003-2004	0.27	0.11	0.70	4.04%	1.62%	10.36%	6.32%
2004-2005	0.71	0.15	1.27	3.40%	0.77%	6.12%	2.72%
2005-2006	0.09	0.03	0.23	1.33%	0.52%	3.54%	2.21%
incondicional	0.91	0.39	3.14	8.06%	2.71%	21.06%	13.00%

Puede observarse que este sector presenta una gran volatilidad en su distribución de pérdidas durante todo el periodo de análisis. Esto genera un requerimiento por pérdida inesperada al 99.9% muy alto, que fue descendiendo hacia el final del período.

De la misma forma que se realizó con la cartera *corporate*, se comparan estos resultados con los que surgen de la aplicación de la función ponderadora de riesgos, en caso de que se trate a esta cartera como *corporate* y también en el caso en que se opte por tratarla como minorista. La Tabla 6 resume los resultados.

Tabla 6: Comparación IRB vs Estimación no paramétrica - unipersonales

periodo	Tratamiento corporate		Tratamiento retail	
	K (IRB)	IRB/Estim.	K (IRB)	IRB/Estim.
1999-2000	9.14%	1.21	3.69%	0.51
2000-2001	10.72%	1.75	4.17%	0.70
2001-2002	14.04%	1.32	7.03%	0.67
2002-2003	9.82%	1.40	3.88%	0.57
2003-2004	9.80%	1.55	3.87%	0.63
2004-2005	10.71%	3.94	3.66%	1.40
2005-2006	6.65%	3.01	3.10%	1.39
incondicional	13.60%	1.05	5.48%	0.42

En el caso en que se traten como cartera minorista, los requerimientos de capital resultan insuficientes para cubrir las pérdidas inesperadas al 99.9%. Esto deriva de la gran volatilidad que presentan este tipo de empresas, por lo que puede pensarse que si bien son pequeñas, están muy expuestas a las condiciones generales de la economía y su correlación es mayor a la que se propone para esta cartera. El tratamiento parecería ser uno intermedio entre ambas categorías, ya que ninguna se ajusta suficientemente bien.

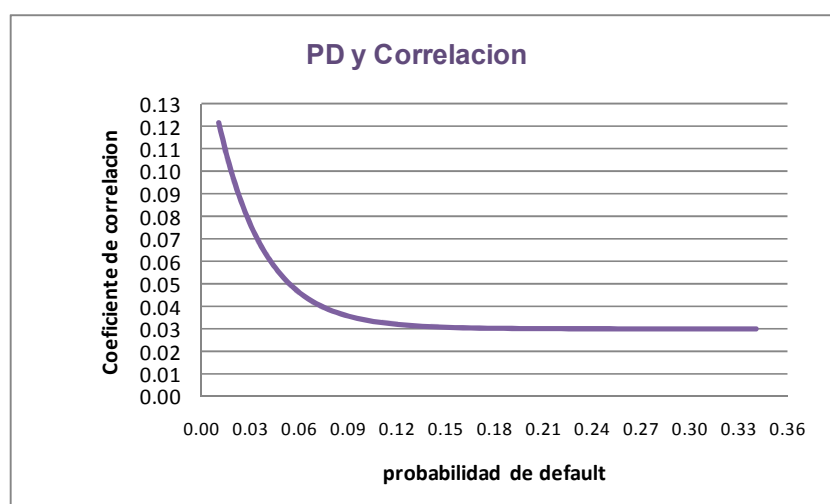
Se calcularon las correlaciones implícitas en la estimación, las cuales como era esperable, resultaron inferiores que las que surgen de la estimación como cartera corporativa, y en general superiores que en el caso de la cartera minorista.

Tabla 7: Coeficientes de correlación

	ρ estimado	ρ basilea corporate	ρ basilea retail
1999-2000	5.9%	8.2%	3.9%
2000-2001	3.2%	8.1%	3.3%
2001-2002	4.1%	8.0%	3.0%
2002-2003	4.7%	8.1%	3.6%
2003-2004	4.0%	8.1%	3.6%
2004-2005	1.2%	8.3%	3.9%
2005-2006	2.5%	10.7%	7.6%

Para este último tratamiento cabe la misma observación que hacíamos para la cartera *corporate* respecto a que la función que relaciona PD y correlación resulta poco suavizada, ya que a partir de valores muy bajos de PD la correlación es mínima.

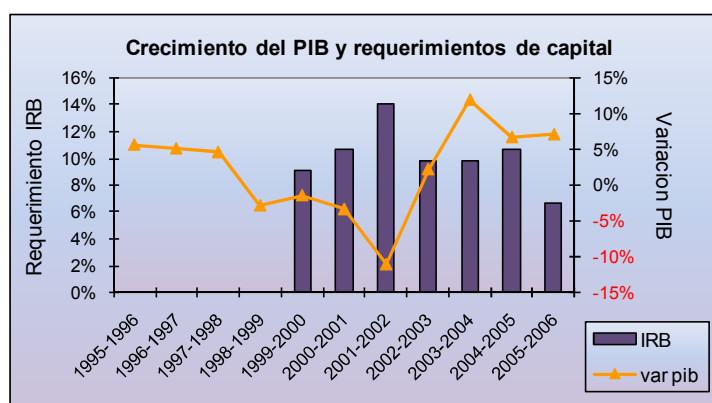
Gráfica 11



En síntesis, para aplicar el método IRB a este tipo de deudor se necesita una mejor calibración de los parámetros, ya que ninguno de los dos tratamientos se ajusta a las estimaciones realizadas.

La prociclicidad en el requerimiento también puede apreciarse claramente, se presenta en la gráfica siguiente el caso para el tratamiento *corporate*.

Gráfica 12



2.2 Cartera *retail* (familias)

A los efectos de las estimaciones de dicha distribución, se toman como cartera *retail* todas las observaciones que son informadas como personas físicas. No se distingue por tipo de préstamo, lo cual puede ser fuente de diferencias porque los parámetros son distintos en el caso de préstamos hipotecarios y *revolving*. Para los primeros, el coeficiente de correlación es fijo e igual a 15% mientras que para los segundos es de 4%. La Tabla 8 presenta las estimaciones para esta cartera, y en el Anexo D se encuentran las gráficas correspondientes a cada período.

Tabla 8: Estimaciones para la cartera familias

	monto de perdidas (millones USD)			tasa de perdidas			Pérdidas inesperadas
	Esperado	Desv. Est	Percentil 99.9	Esperado	Desv. Est	Percentil 99.9	
1999-2000	4.13	0.79	7.86	3.19%	0.56%	5.62%	2.43%
2000-2001	6.18	0.58	8.26	3.84%	0.37%	5.11%	1.27%
2001-2002	57.90	3.11	69.00	17.86%	0.91%	20.71%	2.85%
2002-2003	3.54	0.28	4.47	2.20%	0.19%	2.82%	0.62%
2003-2004	2.52	0.31	3.66	2.69%	0.34%	3.88%	1.19%
2004-2005	2.49	0.21	3.19	2.70%	0.23%	3.47%	0.77%
2005-2006	0.85	0.11	1.23	1.66%	0.22%	2.43%	0.77%
incondicional	13.10	1.35	18.40	6.78%	0.64%	9.19%	2.41%

A diferencia de lo que sucede en la cartera *corporate* y en las unipersonales, la distribución tiene un mayor componente de pérdida esperada, que hace que los requerimientos por pérdida inesperada sean significativamente menores. Si se observan las gráficas correspondientes a las distribuciones de cada tipo de deudor¹⁶ puede notarse una mayor asimetría en el caso de la cartera corporativa, y una menor volatilidad en el caso de las familias.

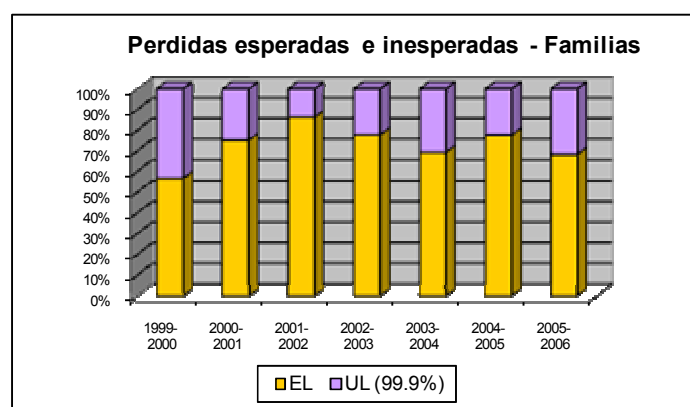
¹⁶ Anexos B, C y D

Tabla 9: Comparación IRB vs Estimación no paramétrica - familias

periodo	K (IRB)	IRB/Estim.
1999-2000	5.55%	2.29
2000-2001	5.78%	4.56
2001-2002	9.57%	3.35
2002-2003	5.30%	8.53
2003-2004	5.42%	4.56
2004-2005	5.42%	7.04
2005-2006	5.16%	6.72
incondicional	7.10%	2.94

Los resultados presentados en las Tablas 8 y 9 muestran una diferencia muy importante entre los requerimientos que surgen del IRB y los estimados. El requerimiento por pérdida inesperada resulta muy alto para una cartera cuyo componente principal son las pérdidas esperadas.

Gráfica 13



Respecto al cálculo de las correlaciones implícitas en el cálculo, al igual que sucedía en la cartera *corporate*, las mismas resultan inferiores a las que surgen del IRB.

Tabla 10: Coeficientes de correlación

	ρ estimado	ρ basilea retail
1999-2000	2.0%	4.1%
2000-2001	0.5%	3.7%
2001-2002	0.5%	3.0%
2002-2003	0.3%	5.4%
2003-2004	0.7%	4.6%
2004-2005	0.3%	4.6%
2005-2006	0.6%	6.6%

La correlación propuesta en el método es muy elevada para este tipo de deudores, donde puede pensarse que el comportamiento no depende en forma tan fuerte del estado de la economía. Tenemos aquí nuevamente un problema de calibración de los parámetros. Además, cabe destacar que el nivel de significación de 0.01 es demasiado alto para este tipo de deudores. Si reducimos este parámetro las diferencias se atenúan; por ejemplo utilizando un nivel de 0.05, y dejando el resto de los parámetros tal como lo plantea el método, el requerimiento para el total del período que surge del

IRB es de 3.32%, más cercano a la estimación incondicional *bootstrap* que fue de 2.41%. La calibración de la fórmula para esta cartera es fundamental para no sobreestimar la pérdida inesperada a la que está expuesta.

IV. Conclusiones y comentarios finales

El método IRB representa un avance importante en lo que tiene que ver con la medición del riesgo de crédito, y la adecuación de los requerimientos al capital económico del banco. La regulación del sistema bancario uruguayo ha avanzado recientemente en línea hacia unos requerimientos más atados al riesgo real que los bancos poseen. En este sentido, puede pensarse en una primera etapa de aplicación de un IRB básico, donde las instituciones estimen las PD's y la SIIF proporcione el resto de los parámetros a utilizar en la ponderación. El avance hacia un IRB avanzado podría realizarse una vez validados los procedimientos y modelos utilizados por parte del supervisor, lo cual representaría un proyecto a más largo plazo.

El presente trabajo sirve como una primera aproximación para entender las implicancias que el método IRB tendría en el caso de las instituciones uruguayas. Desde el punto de vista del regulador, la utilización del método IRB para determinar el requerimiento de capital parece sobreestimar en algunos casos la medida de pérdida inesperada de las carteras. En función de los resultados obtenidos, debería "suavizarse" la función que mapea desde la PD al requerimiento, incorporando modificaciones que reflejen las características observadas en la economía. La calibración de los parámetros se realizó con datos del grupo de los diez mayores supervisores, donde las características de las carteras es diferente de la observada en las economías emergentes. De acuerdo a las estimaciones realizadas, estas suavizaciones deberían incluir la modificación de los coeficientes de correlación y un nivel de confianza menor al 99.9% sugerido en el método, el cual parece resultar muy alto. Desde el punto de vista de la supervisión y la transparencia de los mercados (pilares 2 y 3), puede resultar sumamente útil contar con una medida como la que surge el IRB, la cual refleja el riesgo de la institución en cada momento del tiempo, y donde además pueden determinarse los distintos componentes que hacen a esa medida. El mercado entonces es capaz de monitorear el comportamiento de los bancos en cuanto al riesgo, obteniendo una medida del mismo en cada momento del ciclo. En los requerimientos actuales, el riesgo "real" en el que incurren las instituciones no puede inferirse del capital regulatorio, si tenemos presente que para todos los créditos con el SNF que estén denominados, por ejemplo, en moneda nacional, se propone la misma ponderación¹⁷ de 100%. Una cartera con peores clasificaciones (asociadas a PD más altas) tendría exactamente el mismo requerimiento que la misma cartera pero con la mejor clasificación posible (con una PD significativamente más baja).

En el caso de avanzar hacia un IRB básico, los bancos deberán desarrollar modelos internos para la estimación de la PD, los cuales deberán contar con información histórica suficiente, así como también procedimientos para validarlos (*backtesting*). Siendo la estimación de la PD el elemento fundamental en la generación de los requerimientos de capital, el supervisor deberá asegurarse de que los modelos resultan válidos, juzgando sobre su poder explicativo y su aplicabilidad a la cartera en cuestión. Respecto a este punto, la estimación no paramétrica utilizada en este trabajo se convierte en una herramienta de suma utilidad a la hora de la validación de los

¹⁷ Excepto créditos a la vivienda que ponderan al 75%

modelos, ya que provee de una medida empírica de las pérdidas de la cartera, la cual puede ser utilizada como un punto de comparación con los modelos internos. Como se mencionaba anteriormente, la principal ventaja de este método resulta en la no realización de supuestos sobre la función de distribución de las pérdidas, las cuales son inferidas de la distribución empírica.

La aplicación de este método de estimación también puede resultar de utilidad cuando se analiza la aplicación de un IRB suavizado como medida del requerimiento de capital, ya que sirve como forma de calibrar los parámetros para que los mismos reflejen la realidad del sistema financiero uruguayo. Las correlaciones entre los activos podrían estimarse mediante estos procedimientos, para luego ser utilizados en las funciones ponderadoras de riesgo.

En síntesis, parece necesario avanzar hacia requerimientos de capital que estén asociados al perfil de riesgo de las instituciones. El método IRB ofrece una excelente oportunidad de implantar una cultura de medición más sofisticada de riesgo por parte del sistema bancario uruguayo. No hay duda que como medida del capital económico de los bancos, el requerimiento que surge del IRB provee información adecuada para el monitoreo que realizan los distintos participantes del mercado. Sin embargo, como medida del capital regulatorio, el regulador debería tener en cuenta las características específicas del sistema financiero local, lo cual abogaría por una mejor calibración de los parámetros propuestos.

Anexo A – Propiedades de la distribución de pérdidas del portafolio

1. La función de densidad

Partiendo de la función de distribución

$$F(x; p; \rho) = N \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} \right]$$

Llamando A al término entre paréntesis recto, la función de densidad puede expresarse como

$$\frac{dF}{dx} = f(A) \frac{dA}{dx}$$

$$\text{Donde } f(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-A^2/2}$$

$$\frac{dA}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \frac{dN^{-1}(x)}{dx} \quad [1]$$

Sea $z(x) = N^{-1}(x)$, entonces $x = N(z) = x(z)$. Se observa que $z(x)$ y $x(z)$ son inversas, y por tanto se cumple que

$$z'(x) = \frac{1}{x'(z)} \rightarrow z'(x) = \frac{dN^{-1}(x)}{dx} = \frac{1}{\frac{dN(z)}{dz}} = \frac{1}{f(z)} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}} = \sqrt{2\pi} e^{[N^{-1}(x)]^2/2}$$

[2]

Utilizando el resultado [2] en [1], tenemos que

$$\frac{dA}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} e^{[N^{-1}(x)]^2/2}$$

De donde

$$\frac{dF}{dx} = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-A^2/2} \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} e^{[N^{-1}(x)]^2/2} \sqrt{2\pi} \rightarrow \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} e^{\frac{-A^2 + [N^{-1}(x)]^2}{2}}$$

Y por lo tanto la función de densidad tiene la siguiente expresión:

$$f(x; p; \rho) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\rho} [\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)]^2 + [N^{-1}(x)]^2 \frac{1}{2} \right\}$$

2. La media

Se va a demostrar que la media de la distribución de pérdidas del portafolio de préstamos es p ; en términos analíticos:

$$\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx = p$$

Para ello considérese la siguiente función de p :

$$J(p) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx$$

La demostración consistirá en tres pasos, a saber:

- 1) Que $f[x, \rho, p] = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\}$ es una familia de funciones de densidad para valores de ρ en el intervalo (0;1) y para los distintos valores que pueda tomar p en el mismo intervalo (0;1).
- 2) Que la derivada de la función $J(p)$ con respecto a p es igual a 1; en términos analíticos: $\frac{dJ(p)}{dp} = 1$.
- 3) En función de lo anterior, $J(p)$ tendrá la forma genérica de: $J(p) = p + k$, siendo k una constante. Se probará entonces que: $J\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, con lo cual se habrá demostrado que $k=0$.

Teniendo en consideración 2) y 3), se llega a la conclusión de que $J(p) = p$, que es lo que se quiere demostrar.

1er Paso: Para esto obsérvese que $f[x, \rho, p] \geq 0$ para el recorrido de x (entre cero y uno) y para todo valor de ρ en el intervalo (0;1). Entonces, para demostrar que es una función de densidad, falta probar además que el área que acumula la función en el recorrido de la variable x vale 1.

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx =$$

$$= \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx$$

Considérese el siguiente cambio de variable:

$$u = \frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} \Rightarrow du = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right] dx$$

Luego, reordenando la integral queda que:

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \exp\left[-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2\right] \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right] dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} u^2\right] du = 1$$

El cambio de variable sugerido hace aparecer la función de densidad de una función normal (0;1), por lo cual, el área bajo esta función de densidad debe ser 1.

$$\frac{dJ(p)}{dp} = 1$$

2do Paso:

Antes se va a realizar el mismo cambio de variable antes establecido a los efectos de tener otra expresión de J(p):

$$J(p) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx$$

$$u = \frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} \Rightarrow du = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right] dx \Rightarrow$$

$$x = N\left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right]$$

Entonces:

$$J(p) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right\} dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 x \exp\left[-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right]^2\right] \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \sqrt{2\pi} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2\right] dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} u^2\right] N\left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right] du$$

Utilizando el conocido resultado de Leibnitz, se puede derivar directamente respecto al parámetro p dentro de la integral:

$$\frac{dJ(p)}{dp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} u^2\right] \frac{\delta}{\delta p} \left\{ N\left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right] \right\} dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} u^2\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right]^2\right] \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \sqrt{2\pi} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(p)]^2\right] dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \exp\left[\frac{1}{2} [N^{-1}(p)]^2\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} u^2\right] \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}}\right]^2\right\} dx =$$

Por ahora se deja el integral y se procede ahora a evaluar juntos los términos referidos a la función exponencial:

$$\left\{ \left[-\frac{1}{2} \right] \left[\frac{u\sqrt{\rho} + N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho}} \right]^2 + u^2 \right\} = \left\{ \left[-\frac{1}{2} \right] \left[\frac{\rho}{1-\rho} u^2 + 2 \frac{\sqrt{\rho}}{1-\rho} N^{-1}(p) u + \frac{[N^{-1}(p)]^2}{1-\rho} + u^2 \right] \right\} =$$

$$\left\{ \left[-\frac{1}{2} \right] \left[\frac{u^2}{1-\rho} + 2u \frac{\sqrt{\rho}}{1-\rho} N^{-1}(p) + \frac{[N^{-1}(p)]^2}{1-\rho} \right] \right\} = \left\{ \left[-\frac{1}{2} \right] \left[\left[\frac{u}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}}{1-\rho} N^{-1}(p) \right]^2 + [N^{-1}(p)]^2 \right] \right\}$$

Retomando ahora el integral, quedaría:

$$\frac{dJ(p)}{dp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \exp\left[\frac{1}{2}[N^{-1}(p)]^2\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{\left[-\frac{1}{2}\right] \left[\frac{u}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}(p) \right]^2\right\} \exp\left[-\frac{1}{2}[N^{-1}(p)]^2\right] dx =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left[\frac{u}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}(p) \right]^2\right] dx$$

Una vez aquí, se realiza el cambio de variable:

$$z = \frac{u}{\sqrt{1-\rho}} + \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} N^{-1}(p) \Rightarrow dz = \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} du$$

Con lo cual se tiene que:

$$\frac{dJ(p)}{dp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}[z]^2\right] dz = 1$$

Se ha demostrado que la derivada de la función J(p) es igual a uno.

3er Paso: $J\left[\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}$

Para este caso, téngase presente que: $N^{-1}\left[\frac{1}{2}\right] = 0$; sustituyendo en la función J(p) se tiene que:

$$J\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x) - N^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\rho}} \right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2 \right\} dx =$$

$$\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{1-\rho} N^{-1}(x)}{\sqrt{\rho}} \right]^2 + \frac{1}{2} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx$$

Entonces, se cumplirá que:

$$J\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx$$

Esto es así puesto que el integral del segundo término es igual a 1 por lo demostrado en el 1er paso; aquí se está aplicando ese resultado para el caso particular de $\rho=1/2$.

Continuando:

$$J\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx \Leftrightarrow$$

$$\int_0^1 \left[x - \frac{1}{2} \right] \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] dx = 0$$

Considérese la forma particular que tiene la función dentro del integrando, a la cual se le puede llamar $G(x)$.

$$G(x) = \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\rho}} \left[x - \frac{1}{2} \right] \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right] = h(x) p(x) \text{ donde :}$$

$$h(x) = \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\rho}} \left[x - \frac{1}{2} \right] \text{ y } p(x) = \exp \left[\frac{2\rho-1}{2\rho} [N^{-1}(x)]^2 \right]$$

La función $h(x)$ es impar respecto a $x=1/2$; a su vez, la función $p(x)$ es par respecto a $x=1/2$.

O sea que se cumple que:

$$h\left(\frac{1}{2}+a\right)=-h\left(\frac{1}{2}-a\right) \text{ y } p\left(\frac{1}{2}+a\right)=p\left(\frac{1}{2}-a\right) \quad a \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$$

Como el producto de un función par por una función impar es una función impar, entonces $G(x)$ es impar respecto a $x=1/2$.

Luego:

$$G\left(\frac{1}{2}+a\right)=-G\left(\frac{1}{2}-a\right) \quad a \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$$

O sea, los valores que toma $G(x)$ para dos puntos x y x' tales que el punto medio entre x y x' sea $1/2$ son opuestos. Esto tiene como resultado inmediato que:

$$\int_0^1 G(x)dx=0$$

que es lo que se quería demostrar.

3. El modo

Para obtener el modo debemos encontrar el máximo de la función de densidad presentada en 1.

$$\frac{df}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left\{-\frac{1}{2\rho}[\sqrt{1-\rho}N^{-1}(x) - N^{-1}(p)]^2 + \frac{[N^{-1}(x)]^2}{2}\right\} \frac{d\{.\}}{dx}$$

Para simplificar la expresión, llamaremos h al término entre corchetes, por tanto

$$\frac{df}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\{h\} \left\{ -\frac{1}{2\rho} 2[\sqrt{1-\rho}N^{-1}(x) - N^{-1}(p)] \sqrt{1-\rho} \frac{dN^{-1}(x)}{dx} + N^{-1}(x) \frac{dN^{-1}(x)}{dx} \right\}$$

Simplificando la expresión anterior e igualando a cero para obtener el máximo, tenemos que

$$\frac{df}{dx} = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\{h\} \frac{dN^{-1}(x)}{dx} \left\{ -\frac{[\sqrt{1-\rho}N^{-1}(x) - N^{-1}(p)] \sqrt{1-\rho}}{\rho} + N^{-1}(x) \right\} = 0$$

Los tres primeros términos de la ecuación anterior son positivos¹⁸, por lo cual para obtener el modo de $f(x)$ debemos igualar el último término a cero.

$$(1 - \rho)N^{-1}(x) - \sqrt{1 - \rho} N^{-1}(p) = \rho N^{-1}(x)$$

$$N^{-1}(x) [1 - 2\rho] = \sqrt{1 - \rho} N^{-1}(p) \rightarrow N^{-1}(x) = \frac{\sqrt{1 - \rho}}{[1 - 2\rho]} N^{-1}(p) \rightarrow$$

$$x = N \left[\frac{\sqrt{1 - \rho}}{[1 - 2\rho]} N^{-1}(p) \right], \rho \neq 1/2$$

4. La mediana

El valor de x que acumula el 50% de la distribución viene dado por

$$N \left[\frac{\sqrt{1 - \rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} \right] = 0.5$$

$$\frac{\sqrt{1 - \rho} N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}} = 0 \rightarrow \sqrt{1 - \rho} N^{-1}(x) = N^{-1}(p) \rightarrow N^{-1}(x) = \frac{N^{-1}(p)}{\sqrt{1 - \rho}}$$

Por lo tanto la mediana es

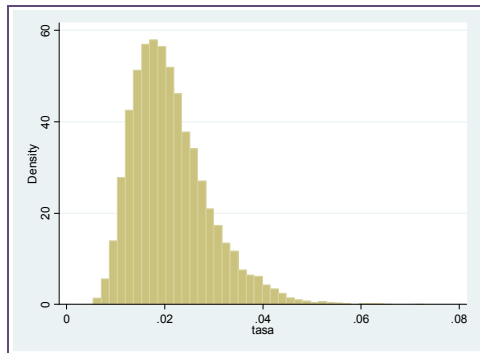
$$x_{0.5} = N \left[\frac{N^{-1}(p)}{\sqrt{1 - \rho}} \right]$$

¹⁸ Recordar que $\frac{dN^{-1}(x)}{dx} = \sqrt{2\pi} e^{[N^{-1}(x)]^2/2}$, lo cual es un número positivo

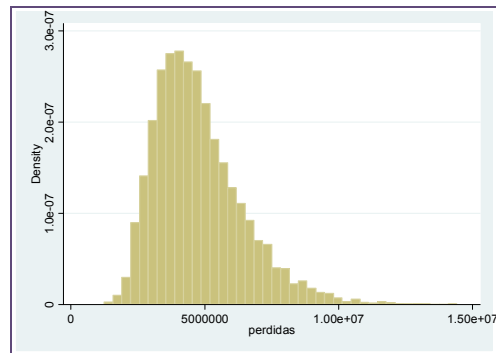
Anexo B - Distribuciones estimadas para el portafolio corporate

Distribución condicional: período 1999-2000

Tasa de pérdidas

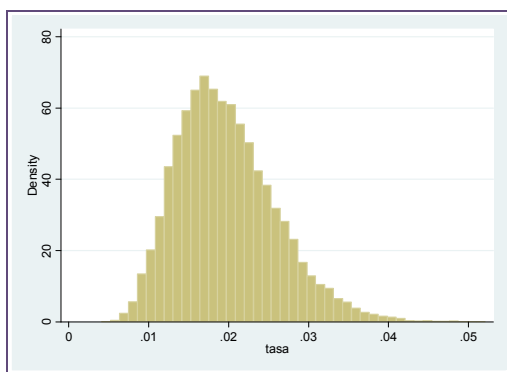


Pérdidas en USD

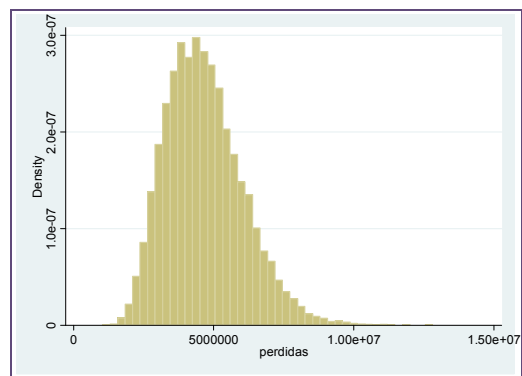


Distribución condicional: período 2000-2001

Tasa de pérdidas

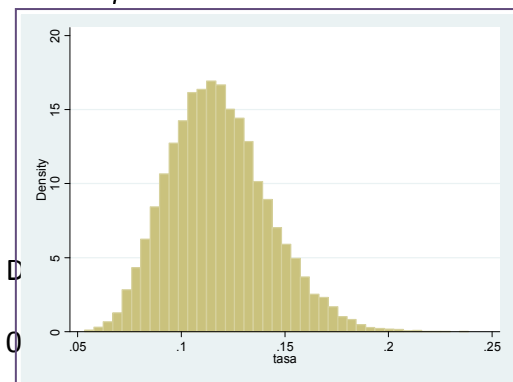


Pérdidas en USD

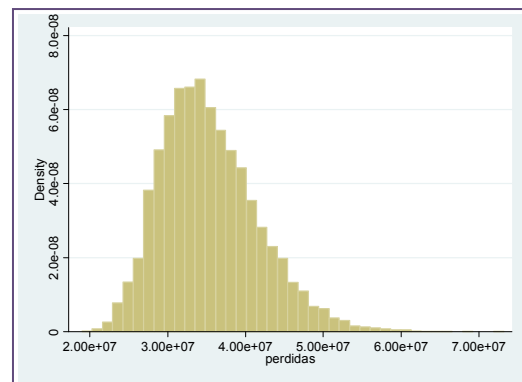


Distribución condicional: período 2001-2002

Tasa de pérdidas

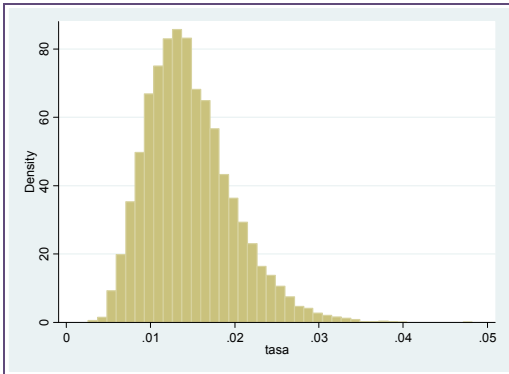


Pérdidas en USD

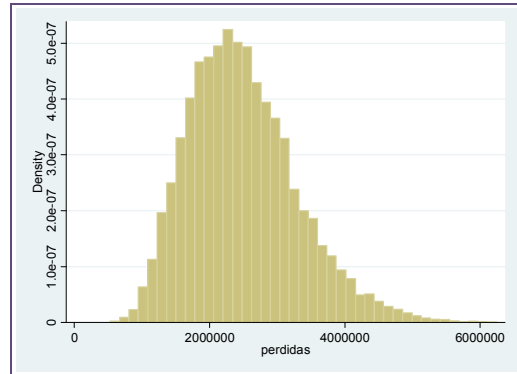


Distribución condicional: período 2002-2003

Tasa de pérdidas

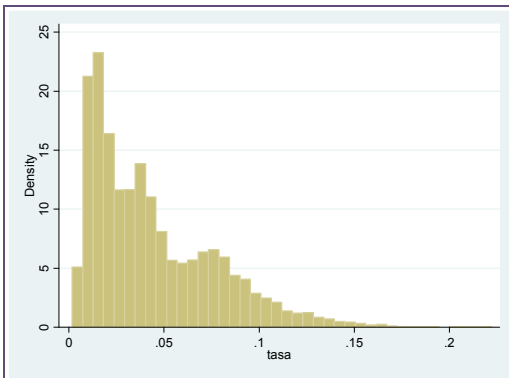


Pérdidas en USD

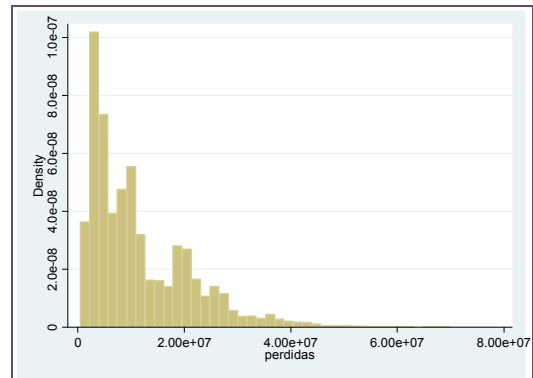


Distribución condicional: período 2003-2004

Tasa de pérdidas

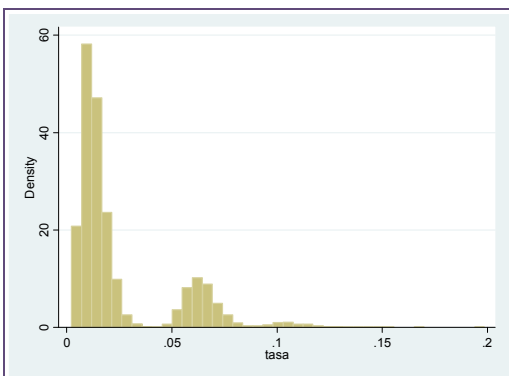


Pérdidas en USD

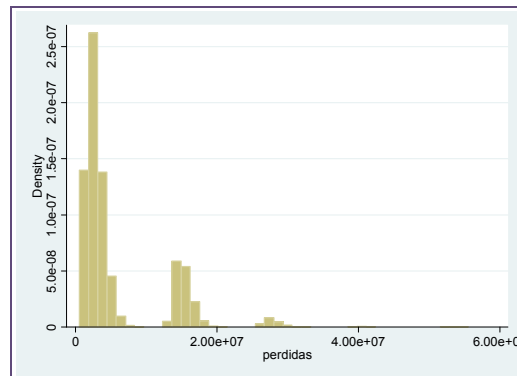


Distribución condicional: período 2004-2005

Tasa de pérdidas

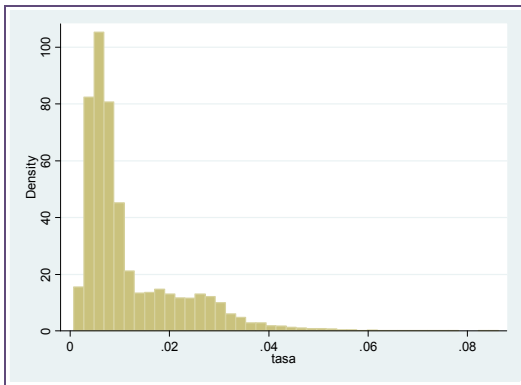


Pérdidas en USD

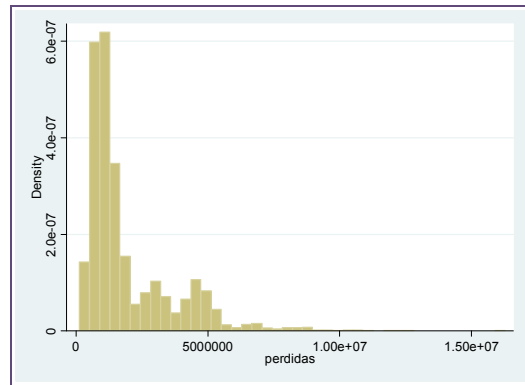


Distribución condicional: período 2005-2006

Tasa de pérdidas

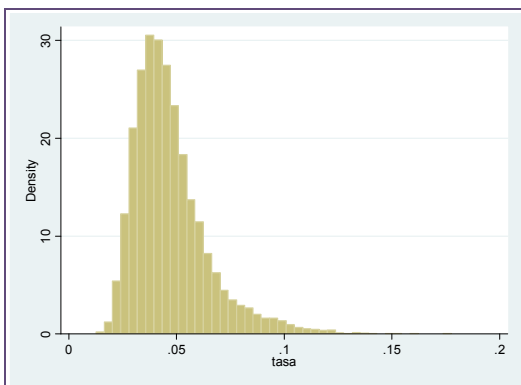


Pérdidas en USD

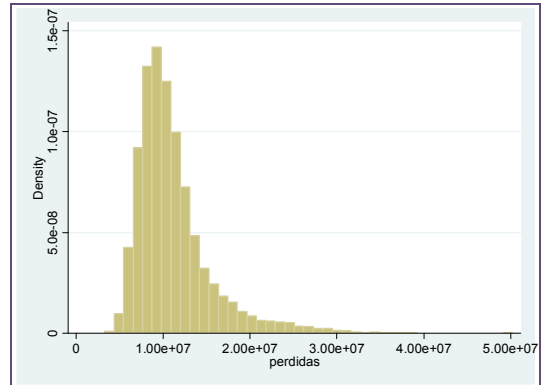


Distribución incondicional: período 1999-2006

Tasa de pérdidas



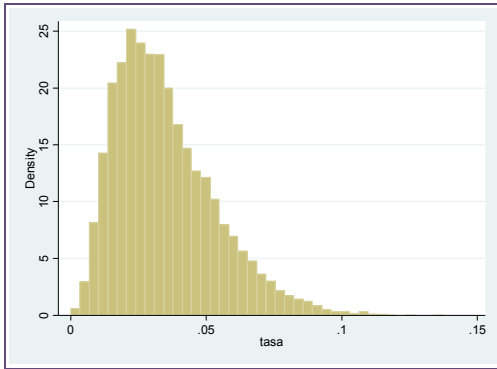
Pérdidas en USD



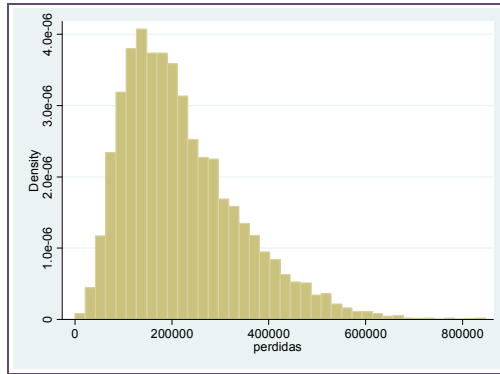
Anexo C – Distribuciones estimadas para el portafolio unipersonales (microfinanzas)

Distribución condicional: período 1999-2000

Tasa de pérdidas

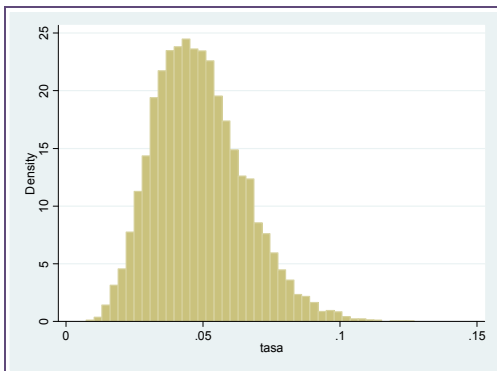


Pérdidas en USD

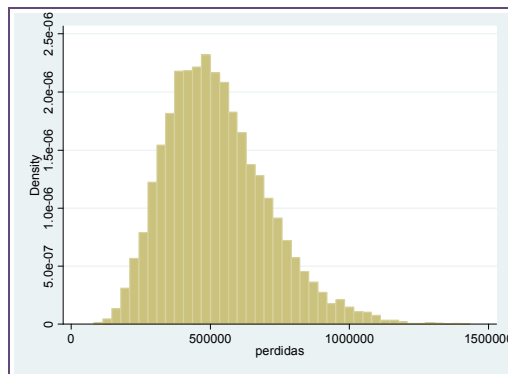


Distribución condicional: período 2000 -2001

Tasa de pérdidas

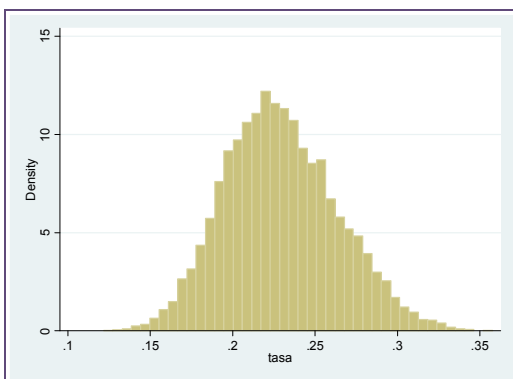


Pérdidas en USD

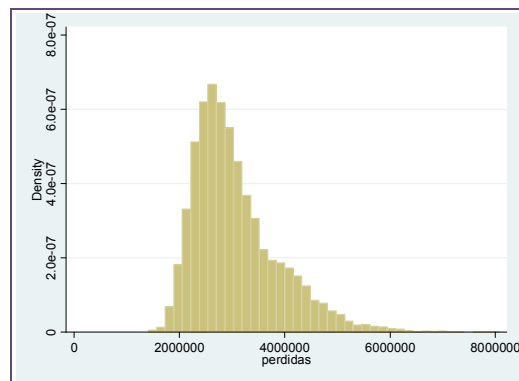


Distribución condicional: período 2001 -2002

Tasa de pérdidas

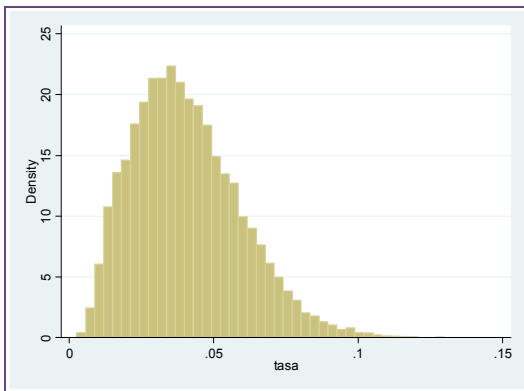


Pérdidas en USD

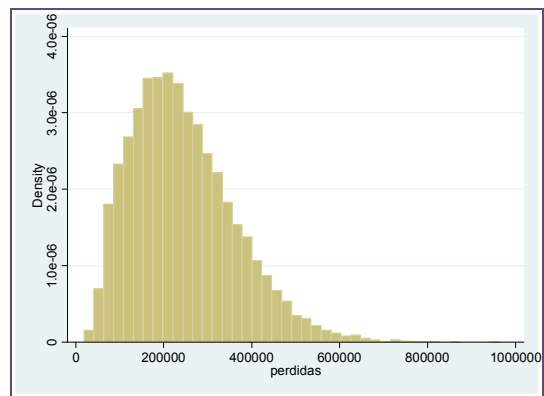


Distribución condicional: período 2002 -2003

Tasa de pérdidas

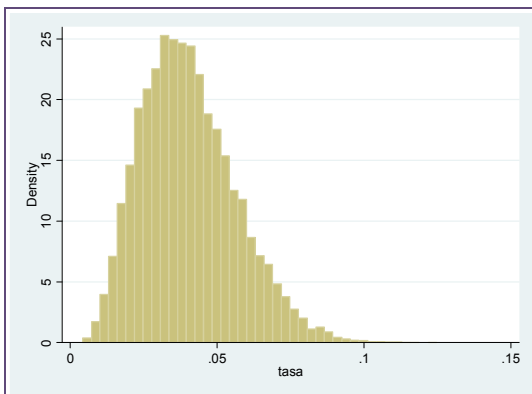


Pérdidas en USD

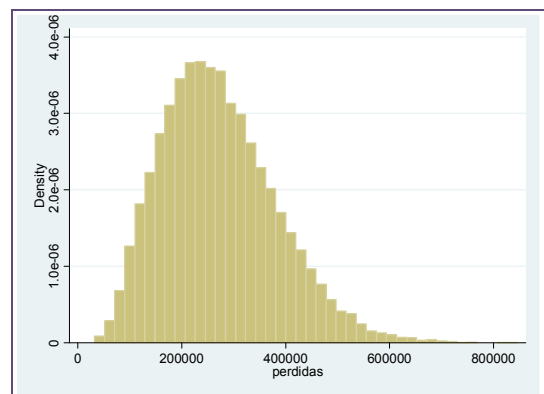


Distribución condicional: período 2003 -2004

Tasa de pérdidas

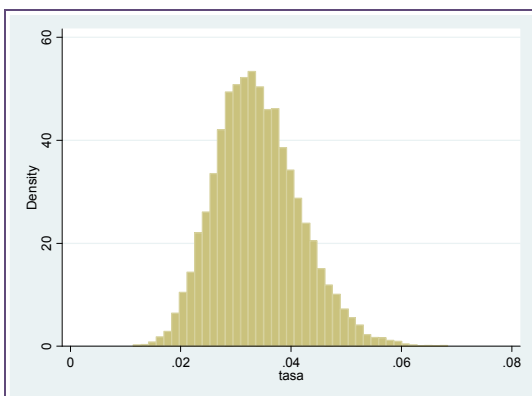


Pérdidas en USD

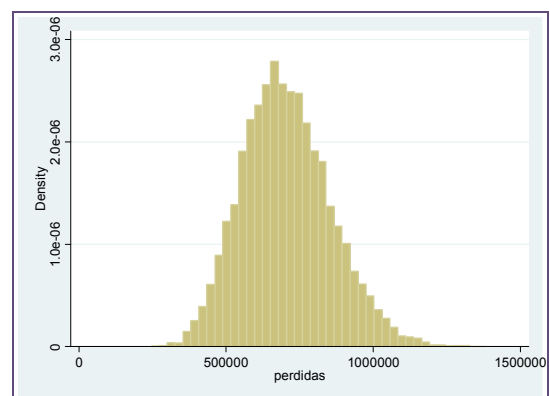


Distribución condicional: período 2004 -2005

Tasa de pérdidas

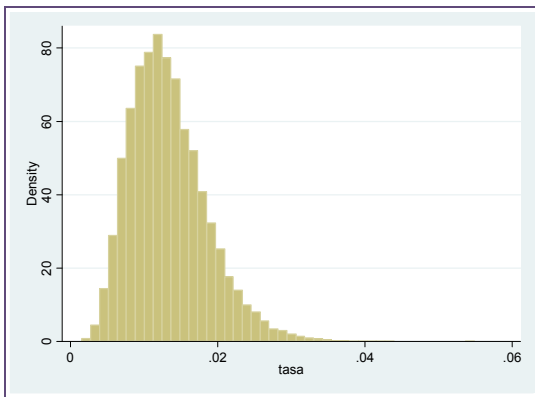


Pérdidas en USD

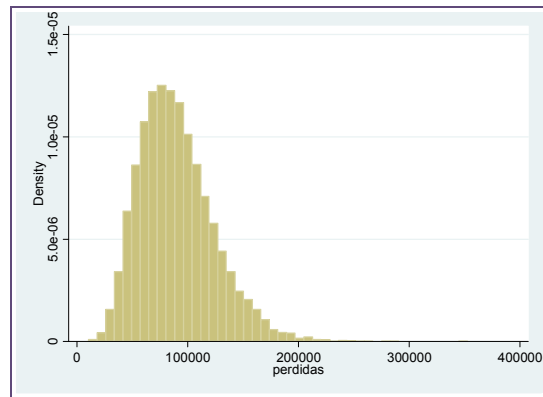


Distribución condicional: período 2005 -2006

Tasa de pérdidas

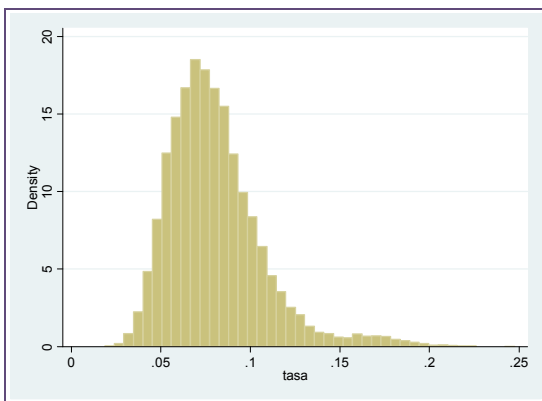


Pérdidas en USD

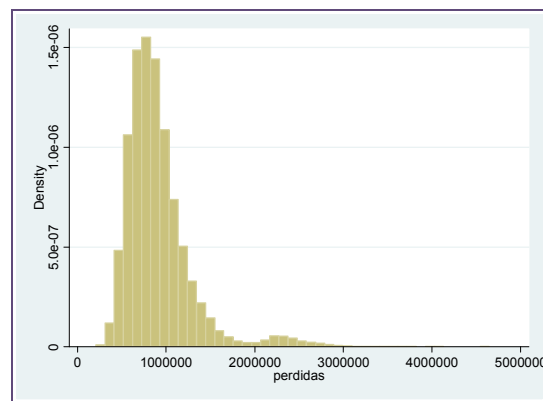


Distribución incondicional: período 1999-2006

Tasa de pérdidas



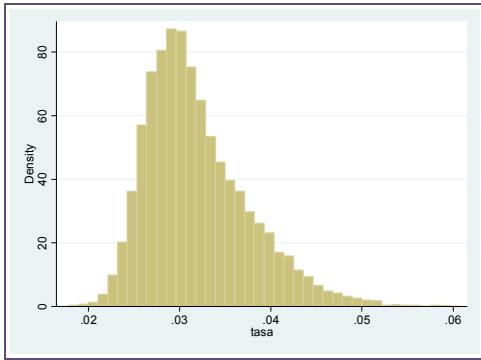
Pérdidas en USD



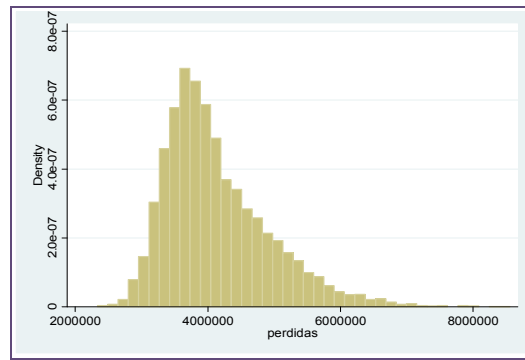
Anexo D – Distribuciones estimadas para el portafolio *retail* (familias)

Distribución condicional: período 1999-2000

Tasa de pérdidas

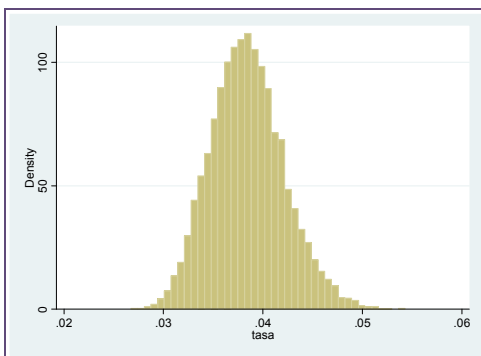


Pérdidas en USD

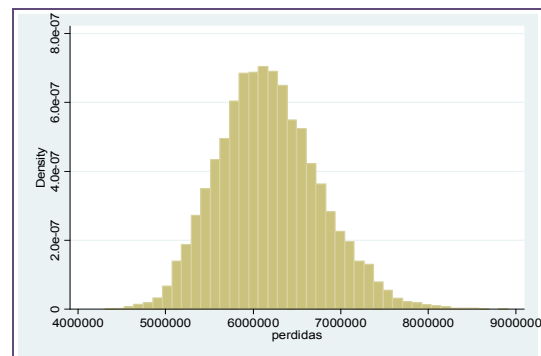


Distribución condicional: período 2000 -2001

Tasa de pérdidas

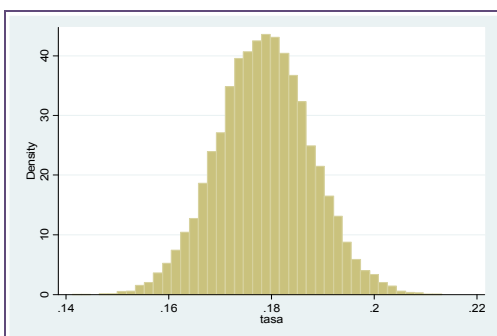


Pérdidas en USD

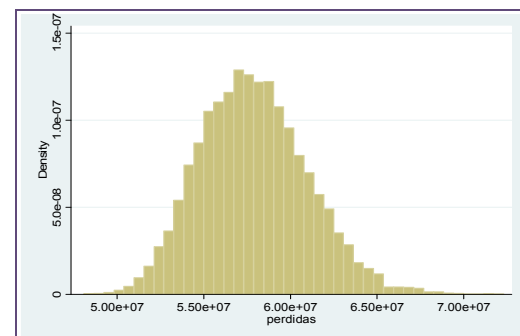


Distribución condicional: período 2001 -2002

Tasa de pérdidas

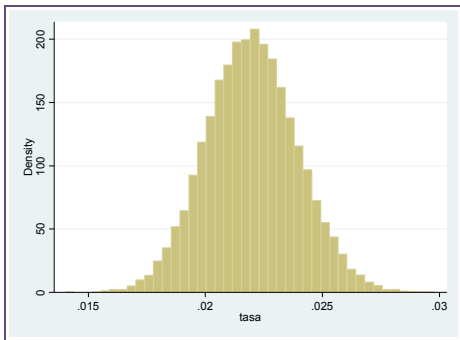


Pérdidas en USD

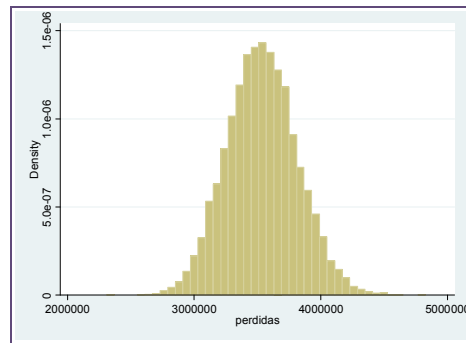


Distribución condicional: período 2002 -2003

Tasa de pérdidas

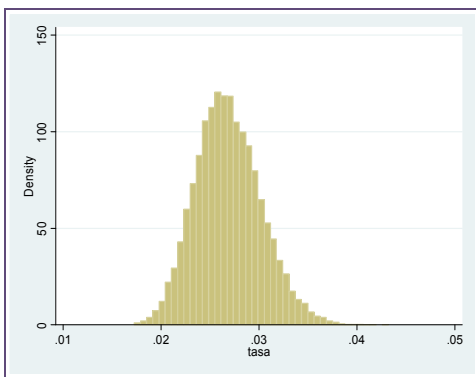


Pérdidas en USD

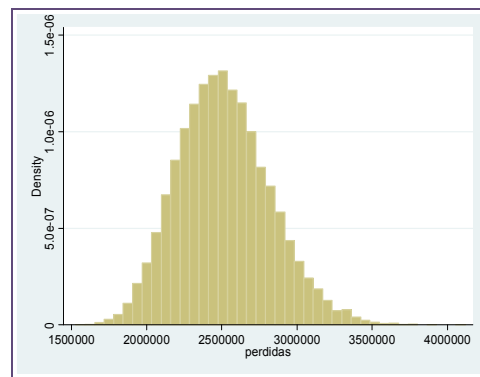


Distribución condicional: período 2003 -2004

Tasa de pérdidas

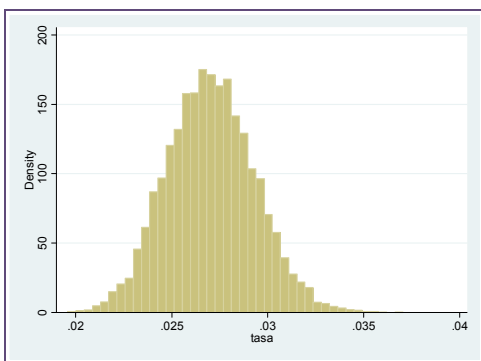


Pérdidas en USD

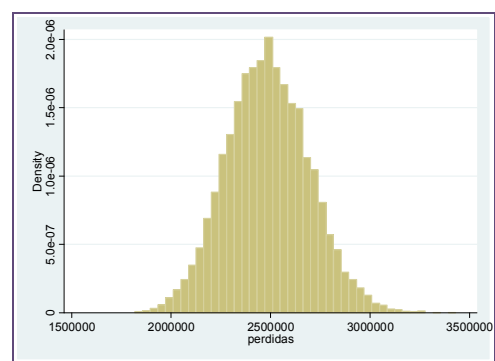


Distribución condicional: período 2004 -2005

Tasa de pérdidas

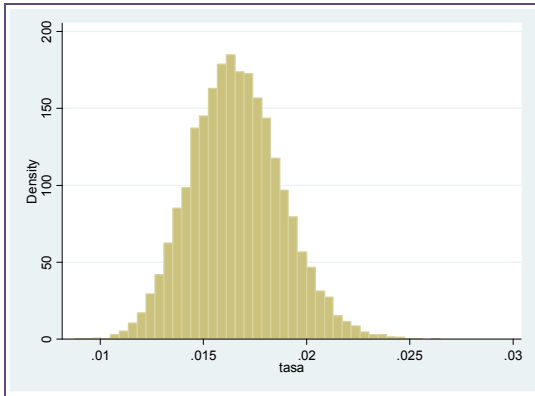


Pérdidas en USD

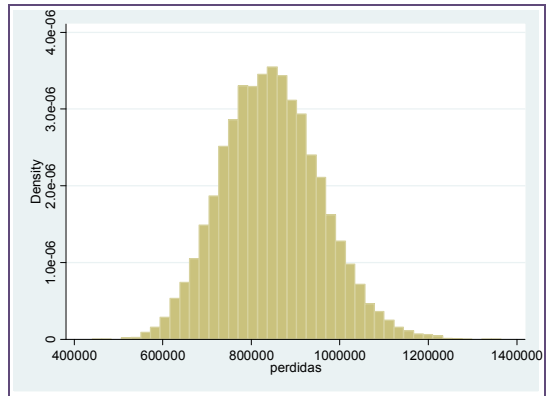


Distribución condicional: período 2005 -2006

Tasa de pérdidas

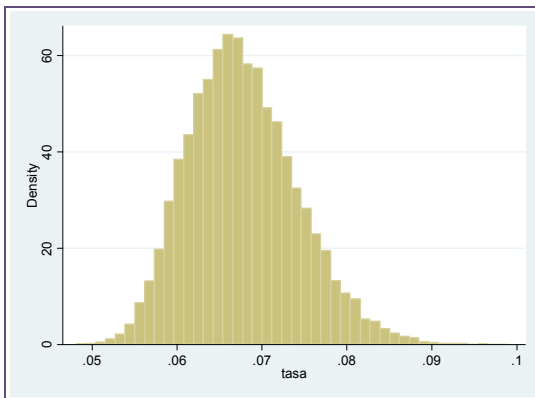


Pérdidas en USD

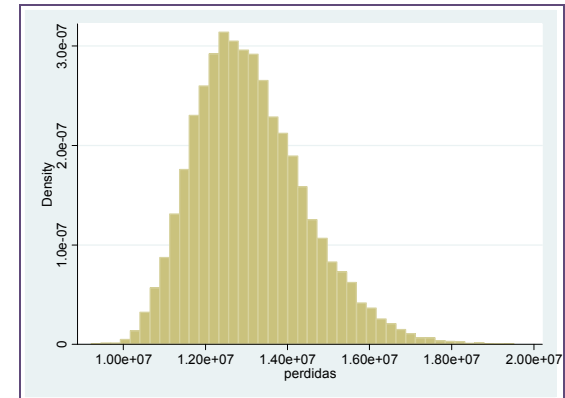


Distribución incondicional: período 1999-2006

Tasa de pérdidas



Pérdidas en USD



Referencias

Aas, K (2005) – The Basel II IRB approach for credit portfolios: a survey, Norsk Regnesentral (Norwegian Computing Center) www.nr.no/files/samba/bff/SAMBA3305.pdf

Allen, L; Saunders, A (2003) – A survey of cyclical effects in credit risk measurement models, BIS Working Paper 126

Altman, E; Brady, B; Resti, A; Sironi, A (2002) – The link between default and recovery rates: implications for credit risk models and procyclicality, Social Science Research Network (SSRN) Working Paper, www.ssrn.com

Basel Committee on Banking Supervision (1999) – Credit Risk Modelling: current practices and applications - April

Basel Committee on Banking Supervision (2003) - Consultative Document Overview of the New Basel Capital Accord – April

Basel Committee on Banking Supervision (2004) - Modifications to the capital treatment for expected and unexpected credit losses- January

Basel Committee on Banking Supervision (2005) – An explanatory note on the Basel II IRB Risk Weight Functions – July

Basel Committee on Banking Supervision (versión 2005) – Enmienda al Acuerdo de Capital para incorporar riesgos de mercado - Noviembre

Basel Committee on Banking Supervision (2006) - International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards A Revised Framework Comprehensive Version-June

Bernanke, B; Gertler, M; Gilchrist, S (1996) – The financial accelerator and the flight to quality, NBER Working Paper 4789

Carey, M (1998) - Credit risk in private debt portfolios, Journal of Finance, Vol. 53: pp.1363-87, August

Carey, M (2000) - Dimensions of credit risk and their relationship to economic capital requirements, NBER Working Paper 7629

Carey, M (2002) - A guide to choosing absolute bank capital requirements, Journal of Banking and Finance 26, 929–951

Catarineu-Rabell, E; Jackson, P; Tsomokos, D (2003) – Procyclicality and the new Basel Accord-banks' choice of loan rating system.

www.finance.ox.ac.uk/file_links/finecon_papers/2003fe06.pdf

Céspedes, J; Herrero J; Kreinin, A; Rosen, D (2005) – A simple multi-factor “factor adjustment” for the treatment of diversification in credit capital rules, BIS

www.bis.org/bcbs/events/crcp05cespedes.pdf

Chabaane, A; Chouillou, A; Laurent J (2003) – Aggregation and credit risk measurement in retail banking www.gloriamundi.org/picsresources/acacipl.pdf

Dietsch, M; Petey, J (2003) – Should SME exposures be treated as retail or corporate exposures? A comparative analysis of probabilities of default and assets correlations in French and German SMEs

www.philadelphiafed.org/econ/conf/retailcreditrisk/Dietsch--SMEcreditrisk-german&french-240303.pdf

Düllman, K; Scheule, H (2003) – Determinants of asset correlations of German corporations and implications for regulatory capital, www.cofar.uni-mainz.de/dgf2003/paper/paper53.pdf

Efron, B; Tibshirani, R. J. (1993) - An introduction to the bootstrap, Chapman and Hall

Freixas, X; Rochet, J (1997) – Economía Bancaria, Antoni Bosch Editor

Gordy, M.B. (2003) - A risk-factor model foundation for ratings-based bank capital rules, Journal of Financial Intermediation 12, 199 - 232.

Gordy, M.B; Howells, B (2004) – Procyclicality in Basel II: can we treat the disease without killing the patient?, BIS www.bis.org/bcbs/events/rtf04gordy_howells.pdf

Gutierrez Girault, M (2007) – Non parametric estimation of conditional and unconditional loan portfolio loss distributions with public credit registry data, Banco Central de la República Argentina www.bcra.gob.ar

Hall, P (1994) – Methodology and theory for the bootstrap, Handbook of econometrics, volume IV, pp 2342-2381

Hamerle, A; Thilo, L; Rosch, D (2003) – Credit risk factor modeling and the Basel II IRB approach, Deutsche Bundesbank, Discussion paper, Series 2, No 02/2003

Hillebrand, M (2006) – Modeling and estimating dependent loss given default, Center for Mathematical Science, www-m4.ma.tum.de/pers/mhi/hillebrand_lgd.pdf

Hull, J (2006) – Options, futures and other derivatives securities, Prentice Hall, Sixth Edition

Jacobson, T; Lindé, J; Roszbach, K (2002) – The IRB approach in the Basel Committee's proposal for new capital adequacy rules: some simulation-based illustrations? Social Science Research Network (SSRN) Working Paper, www.ssrn.com

Jacobson, T; Lindé, J; Roszbach, K (2005) - Credit risk versus capital requirements under Basel II: are SME loans and retail credit really different? Social Science Research Network (SSRN) Working Paper, www.ssrn.com

Kashyap, A; Stein, J (2004) – Cyclical implications of the Basel II capital standards

<http://ideas.repec.org/a/fip/fedhep/y2004igip18-31nv.28no.1.html>

Lowe, P (2002) – Credit risk measurement and procyclicality, BIS Working Paper 116

Majnoni, G; Miller, M; Powell, A (2004) - Bank Capital and Loan Loss Reserves under Basel II: Implications for Emerging Countries, World Bank Policy Research Working Paper 3437

Munniksmá, K (2006) – Credit risk measurement under Basel II

www.few.vu.nl/stagebureau/werkstuk/werkstukken/werkstuk-munniksmá.doc

Ong, M (1999) – Internal Credit Risk Models, Risk Books

Powell, A (2002) – A capital accord for emerging economies?, Banco Mundial, Departamento de Investigaciones www.iadb.org/res/publications/pubfiles/pubS-145.pdf

Standard and Poors (2004) – Measuring and managing credit risk, Mc Graw-Hill

Stephanou, C; Mendoza, J (2005) – Credit risk measurement under Basel II: an overview and implementation issues for developing countries, World Bank Policy Research Working Paper 3556

Segoviano, M; Lowe, P (2002) – Internal ratings, the business cycle and capital requirements: some evidence from an emerging market economy, BIS Working Paper 117

Tasche, D (2005) – Risk contributions in an asymptotic multi-factor framework

www.bundesbank.de/download/vfz/konferenzen/20051118_eltville/paper_tasche.pdf

Vasicek, O (2002) – The distribution of loan portfolio value

www.moodyskmv.com/conf04/pdf/papers/dist_loan_port_val.pdf

Vasicek, O (2004) – Valor de una cartera de préstamos, Risk España, www.risk.net